

負の数の表現

数学では: $+101 \rightarrow -101$

コンピュータでは: $+101 \rightarrow -101?$

○符号付き2進数:

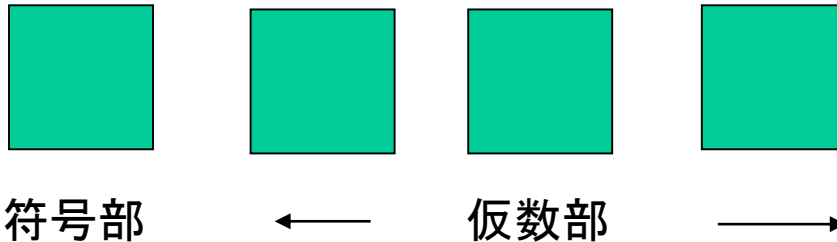
0と1の数字の組み合わせによって、プラスの数値に加えてマイナスの数値も表現する方法。

コンピュータ上で負の数を表現する3つの方法

- 絶対値に符号をつける表現・・・符号ビット＋絶対値(仮数部)
- 1の補数を利用する表現
- 2の補数を利用する表現

負の数の表現 絶対値に符号をつける表現・・・符号部＋絶対値(仮数部)

- 4ビットの場合を例に(先頭の1ビットを符号部, 残り3ビットを仮数部)



符号部: $+$ $\Rightarrow$ 0,

符号部: $-$ $\Rightarrow$ 1

とすると,

$$7_{10} \rightarrow \textcolor{red}{0}111_2, \quad -7_{10} \rightarrow \textcolor{red}{1}111_2$$

自然拡張になっている。 しかし！これには難点がある。

4ビットの場合 符号なし2進数と符号付き2進数

2進数	符号なし	符号付き		
		絶対値	1の補数	2の補数
0000	0	0	0	0
0001	1	1	1	1
0010	2	2	2	2
0011	3	3	3	3
0100	4	4	4	4
0101	5	5	5	5
0110	6	6	6	6
0111	7	7	7	7
1000	8	0	-7	-8
1001	9	-1	-6	-7
1010	10	-2	-5	-6
1011	11	-3	-4	-5
1100	12	-4	-3	-4
1101	13	-5	-2	-3
1110	14	-6	-1	-2
1111	15	-7	0	-1

2の補数の方が無駄がない

符号付き2進数とは

○符号付き2進数:

0と1の数字の組み合わせによって, プラスの数値に加えてマイナスの数値も表現する方法。最上位ビットが1の時にマイナスとする。

例:4ビットの場合(2の補数の場合)

1111 符号なし→15 符号付き→ -1 (←計算は後で)

○表現範囲(4ビットで2の補数の場合)

符号なし2進数 → 0~15 符号付き2進数 → -8~7(←後で説明)

2の補数とは(考え方)

定義:補数

N進法において, 自然数 a を表現するのに必要な最小の桁数を n としたとき,

$N^n - a$ を「N進法における a に対する(Nの補数)」

$N^n - a - 1$ を「N進法における a に対する(N-1)の補数)」

という。

例:N=10 のとき, 自然数81の10の補数: $10^2 - 81 = 19$. (因みに $81 + 19 = 100$)

例:N=2のとき,

自然数 $101_2 (= 5_{10})$ の2の補数: $2^3_{10} - 5_{10} = 3_{10} (= 011_2)$ (因みに $101 + 011 = 1000$)

補数の考え方をどのように負の数の表示に利用するのか。

この考え方はコンピュータの固定長整数型で負の数を表現することに適している。

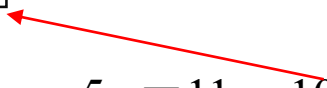
なぜだろうか？

2の補数の考え方を負の数の表現に用いる

2進数での負の数の表現(2の補数を利用) …固定長による表現(4ビットを例に)

例: -5を2進数で表す(2の補数で表す4ビットの2進数)。

$$5_{10} = 101_2 = 0101_2 \text{ として}$$

$$0101_2 + \boxed{} = 0 (= 0000) \text{ となるものが求めるもの。}$$


ここで 0101_2 の2の補数の定義より $2^4_{10} - 5_{10} = 11_{10} = 1011_{(2)}$

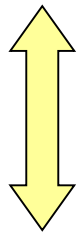
実際には $0101_2 + 1011_2 = 10000_2 \leftarrow \text{先頭ビットを無視}$

(参考)補数の考え方をどのように負数の表示に利用するのか。

負の数の定義(例:5) $5 + \textcolor{red}{X} = \textcolor{red}{0}$ をみたすXを5のマイナスと定義し, $-\textcolor{red}{5}$ と表す
(中学数学)

2の補数で負の数を求める計算便法(4ビットの例)

- $5_{10} = 0101_2$



- $-5_{10} = 1011_2$

0101



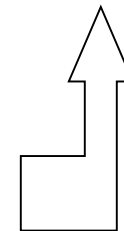
1010 反転(0⇔1)



1011 (1を加える)

確かに

- $5 + (-5) = 0101 + 1011 = 10000$



4ビット計算では最高位は無視

符号付き2進数と符号なし2進数(8ビットの例)

8ビットでの例		
2進数	符号なし2進数	符号付き2進数
00000000	0	0
00000001	1	1
00000010	2	2
00000011	3	3
...	...	...
01111101	125	125
01111110	126	126
01111111	127	127
10000000	128	-128
10000001	129	-127
10000010	130	-126
...	...	...
...	...	...
11111101	253	-3
11111110	254	-2
11111111	255	-1

練習問題

問1: 次の4ビットの2進数に対する2の補数をもとめなさい。

(1) 1011 (2) 0110

(1)0101 (2)1010

問2: -25 を2の補数で表す符号付き6ビットの2進数で表しなさい。

100111

問3: 補数の練習問題を解こう