

第6節 空間ベクトルの成分と内積 (練習51) p.112

Waseda Live Math

練習51：点P (1, 2, 3) から2点A(2, 1, 0), B(4, 3, 2) を通る直線ℓに対して、直線ℓに下した垂線の足Hの座標を求めよ。

解：

$$H = (2t + 2, 2t + 1, 2t) \quad \text{なので}$$

$$\vec{d} \cdot \vec{PH} = 0,$$

$$(2, 2, 2) \cdot (2t + 1, 2t - 1, 2t - 3) = 0.$$

$$t = \frac{1}{2}$$

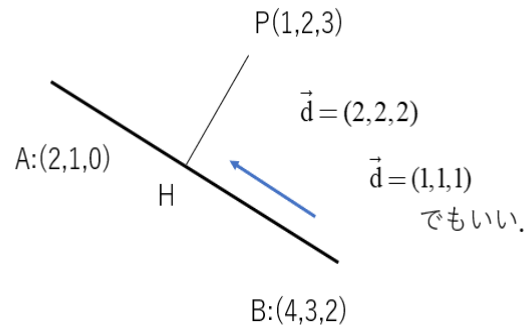
$$\therefore H = (3, 2, 1)$$

$$\ell: \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2t+2 \\ 2t+1 \\ 2t \end{pmatrix}$$

$$\vec{p} = \vec{a} + t\vec{d}, \quad (t \in \mathbb{R})$$

直線のベクトル方程式

となるので

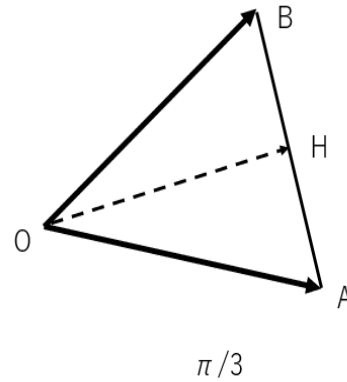


ノートを入力

第6節 空間ベクトルの成分と内積 (練習52) p.112

Waseda Live Math

練習52: 三角形OABに対しOA=5, OB=4, $\angle AOB = \pi/3$ とし, 点OからABに下した垂線の足をHとする. このとき, $\overrightarrow{OH}$ を $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ を用いて表せ.



解: $\overrightarrow{OH} = s\overrightarrow{OA} + (1-s)\overrightarrow{OB}$ とおくと,

$$\overrightarrow{OH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$$

より

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OH} \cdot \overrightarrow{AB} &= (s\overrightarrow{OA} + (1-s)\overrightarrow{OB})(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}) \\ &= s\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} + (1-s)|\overrightarrow{OB}|^2 - s|\overrightarrow{OA}|^2 - (1-s)\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OA} \\ &= 10s + 16(1-s) - 25s - 10(1-s) = 0 \end{aligned}$$

より, $s = 2/7 \quad \therefore \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 10$

$$\therefore \overrightarrow{OH} = \frac{2}{7}\overrightarrow{OA} + \frac{5}{7}\overrightarrow{OB}$$

ノートを入力

10 第6節 空間ベクトルの成分と内積 (練習52) p.112 Waseda Live Math

練習52: 三角形OABに対しOA=5, OB=4, $\angle AOB = \pi/3$ とし, 点OからABに下した垂線の足をHとする. このとき, $\overrightarrow{OH}$ を $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ を用いて表せ.

解: $\overrightarrow{OH} = s\overrightarrow{OA} + (1-s)\overrightarrow{OB}$ とおくと,

$$\overrightarrow{OH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$$

$$(s\overrightarrow{OA} + (1-s)\overrightarrow{OB}) \cdot (\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}) = 0$$

$$s\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} + (1-s)|\overrightarrow{OB}|^2 - s|\overrightarrow{OA}|^2 - (1-s)\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OA} = 0$$

$$10s + 16(1-s) - 25s - 10(1-s) = 0$$

$$10s + 16 - 16s - 25s - 10 + 10s = 0$$

$$-10s + 6 = 0 \quad \therefore s = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \overrightarrow{OH} = \frac{3}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{5}\overrightarrow{OB}$$