
* 論 文 *

数学教材 Web コンテンツに関する研究開発

相洋高等学校 青木栄成，早稲田大学高等学院 武沢護，
台東区立桜橋中学校 永井信一，南三千代，渡辺暁生

1 はじめに

カリキュラム・学習指導分科会では10年以上に渡り，おもにコンピュータを活用した数学科指導法，中高一貫カリキュラムなどの研究を行ってきた．一方，国内ではコンピュータの活用も学校教育環境の変化に伴い一部の教員によるコンピュータの利用からすべての教員による利用へと大きく変わろうとしている．政府のミレニアムプロジェクトでは2005年までに教育の情報化は進み，ほとんどすべての公立学校では次のような環境が整備されることになった．

- ・ 生徒ひとりあたり1台のインターネットに接続されたコンピュータが整備されたコンピュータ室
- ・ 普通教室でのコンピュータ利用（プロジェクター利用可能）
- ・ 校内LANの整備（無線LANを含む）

このような環境の変化を踏まえて，これまでの本会の研究成果を簡単に振り返ることにする．

第1世代：MS-DOSまで

Disk-BASIC や Quick-BASIC などを利用した教材開発および指導法の研究 [1] [2] ．

第2世代：Windows以降

Visual-BASIC , Mathematica , Cabri , EXCEL , グラフ電卓などを利用した教材開発および指導法の研究 [3] [4] [5] ．

第3世代：インターネットの利用

JavaScript , Flash , webMathematica を利用した Web 教材の開発および指導法の研究 [6] [7] ．

このような成果を踏まえて，今回の研究に取り組んだ．

2 一貫カリキュラムの視点でみた関数指導（Web教材の活用）

前回の発表（武沢他：数学 Web 教材に関する研究開発，早稲田大学数学教育学会誌，第21巻，2003）

の中で、「今後の課題（一貫カリキュラムに関連した）」として次のように述べた。

- (1) 後続の学習に「味を残す」取り上げ方（その箇所ですべて完結させなくもよい）をどうするか。また、その意味で数学的な「厳密性」をそれぞれの時点で、どのように追求するか？ということがポイントになる。
- (2) 学習のモチベーションを高める内容をどのように提示するか（展望を示す）。
- (3) 他分野（物理学、情報Bなど）とどう関連させるか。
- (4) 基本的な概念の定義（例えば「角」「面積」など）をどの時点で導入し、どのように定義するか（厳密化の精度）
- (5) 「総合的な学習の時間」とどのように関連させるか。
- (6) このように小中高大を通した一貫カリキュラムを考える場合、これを実現するためには「コンピュータの活用」は不可欠であり、今後のコンピュータソフト開発はカリキュラム自体にも影響を及ぼすと思われる。カリキュラムとコンピュータソフトは「一体化して」開発されるべきであろう。

今回は主として上記の (2) と (6) に注目し、3で提示する“Flashを使った教材の作成”と“Cabriを使った関数教材の作成”とを関連させて考察する。特に(2)の「学習のモチベーションを高める内容をどのように提示するか」の関連でいうと、物理、化学、生物などでは「実験」が理論の理解に深く結びついている。また実験は理論が正しいことの証明にも使われ、さらには「新たな理論」の土台が「実験」となることも多い。例えば、水の電気分解は中学校の理科の時間によく行われる実験である。

電流を流すことによって分解できることを知る。

水素と酸素になることを知る。

これは水素の爆発で大いに盛り上がる楽しい実験である。確かに、この実験を実施しなくても H_2O の説明は可能であろう。また、実験を行っても必ずしも酸素と水素の性質が理解されとは限らないだろう。しかし、この実験は生徒に電気分解の具体的なイメージを持たせる意味で有用である。

今回発表した“Flashを使った教材「関数の導入（ブラックボックス）」および“Cabriを使った関数教材の作成”はいわばコンピュータを利用した「数学における実験装置」である。これは電気分解の実験同様、理論の理解に大きく役立つであろう。そしてさらに「実験に習熟すること」により、数学の構造と展望がより明確になり、将来新たな理論の発見に結びつくことも期待される。このようにさまざまな観点から「実験装置」を開発していくことが重要になる。

3 Flash と Cabrijava による「Web教材の開発」

Flash (Macromedia社)とはインタラクティブなWebサイトやインタフェースの制作のために開発されたオーサリングツールである。そしてFlashで作られたコンテンツを閲覧するために必要な

FlashPlayer の普及に伴い,Flash を用いて作られた教材開発の試みは広がりを見せインターネット上にも少しずつ Web 教材が公開され始めた.今回は,前回の報告以降に議論したことをもとに関数描画ソフト(なべソフト)を改良し,微分の導入に使えるように接線の表示,導関数の表示機能を追加した.また,筆者の一人が以前勤めていた中学校から学力レベルの異なる中学校に転勤したことで,発展教材だけでなく興味関心を高める導入教材の必要性を強く感じ,関数の導入部分の教材としてブラックボックスの働きをゲーム感覚で探る教材の開発を試みた.

その他にも補充学習用ドリル教材なども作成し,筆者の勤務校の Web サイト(台東区立桜橋中学校 <http://www.taitocity.net/sakurabashi-jhs/>) で公開しているのでご覧いただきたい.

ここでは,Web 教材開発の視点として二つ考慮した.まず,最近では家庭でもインターネットを利用できる生徒が増えており家庭学習としての利用も広がっている点である.

もう一つは,普通教室+教員用コンピュータ1台+プロジェクタという形態を意識した教材の開発という視点である.生徒一人ひとりがパソコンを操作するのではなく,黒板の代わりに Web 教材をスクリーンに映す形態である.各教科書会社からもデジタル教科書というものが出はじめているが,教員自身で作ることができればより使いやすいのは当然であろう.ただし,ひとつの教材を作るのに何日もかかるようでは利用が広がらないと考え,手軽に教材作成をする方法を模索した.

そこで採用したのが作図ツールの CabriGeometry + Cabrijava である.この組合せを使うことで平面幾何を Web 上でインタラクティブに学習することが可能になる.ここでは,中学校の教科書や問題集に出てくる関数領域の題材の中から,動きのあるものを中心に作成した.

(CabriJava の入手先: Cabri Java Project <http://www-cabri.imag.fr/cabrijava/>)

3.1 Flash を使った Web 教材の作成

3.1.1 なべソフトの改良版(図1)

今回の改良点:

- ・接線の表示可能
- ・導関数の表示可能
(重ねずに上下にわけて表示)
- ・拡大,縮小機能
- ・数式表示の改良
- ・操作性の向上

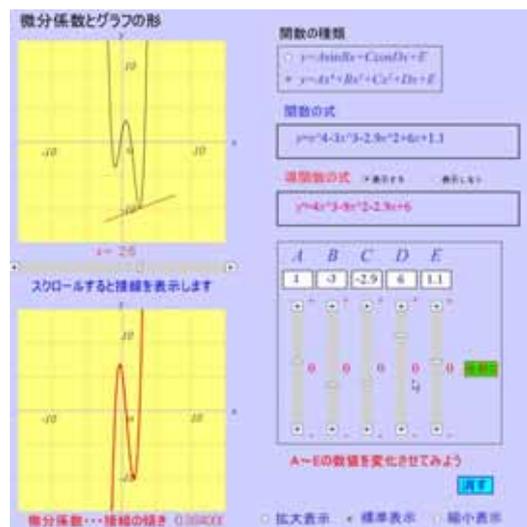
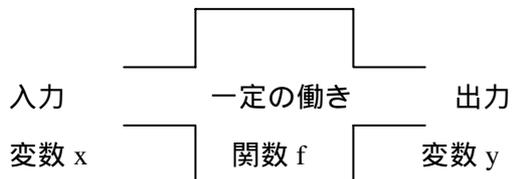


図1 なべソフト(Flash版)

関数グラフツール GRAPES(友田勝久氏作)と比べて表示能力はまだ不十分だが,今後も少しずつ改良していきたい.

3.1.2 関数の導入(ブラックボックス)

ブラックボックスは「関数とは何か」を考えさせるための教具で、図2のようなものがよく使われている。図2の箱の色は白だが、箱の中で具体的に何が行われているか分からないという意味でこのような箱を「ブラックボックス」と呼んでいる。



現行の教科書では比例を1年で扱うにもかかわらず「関数」という言葉が登場するのは2年の教科書からである。その定義は「ある量とそれともなって変わる他の量があり、それぞれを変数 x, y で表す。図2 ブラックボックス x の値を決めるとそれにつれて y の値もただ1つ決まるとき、 y は x の関数であるという。」となっている。中学校では $y=f(x)$ という表記は使えないので、変数 y を関数と混同してしまう生徒も多い。関数をイメージさせる教具としてブラックボックスは有効であると考え、Web教材として作成した。

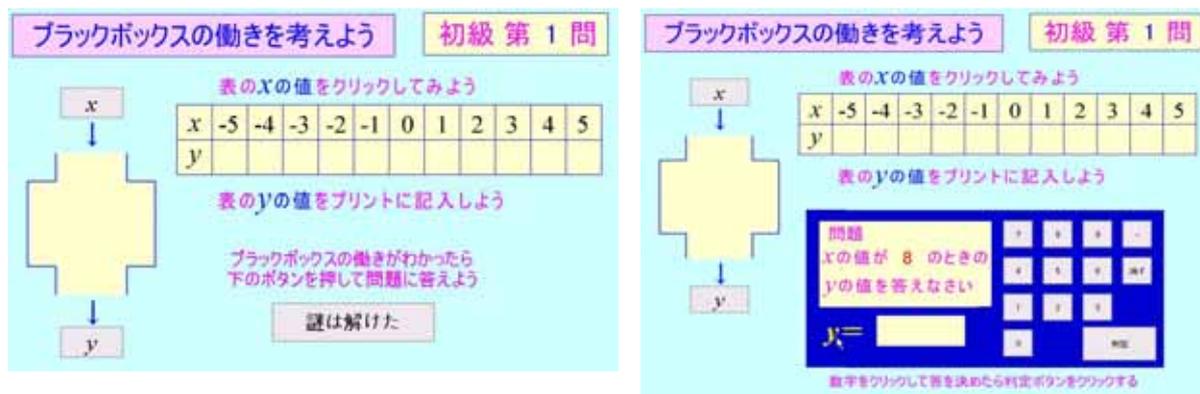


図3 「謎は解けた」をクリックすると右図になる

入力する値 x と出力する値 y からブラックボックスの働きを考え、指定された関数値を答えるようになっている。関数の種類は比例から1次関数、反比例など次第に複雑になっていく。

3.2 CabriGeometry と CabriJava を使った教材の作成

3.2.1 作成上の工夫

CabriGeometry (以下 Cabri と表記)はよく知られた作図ツールであるが、Cabri 自身が Web に対応しているわけではない。CabriJava と組み合わせることで初めて Web 教材を作成することができる。

まず、Cabri で教材を作成し下記のように HTML を表記して組み込むことで Web 教材とすることができる。ただし Cabri で作成したものがまったく同じように表示され、動作するわけではない。特に Cabri 自身は日本語に対応しているが、CabriJava では文字化けして使えないという問題がある。以前

は説明文は HTML に表記する方法を取っていたが、今回は背景画像に説明文を書き込むことで図の内部に日本語を表示させることを実現している。

```

<APPLET code="CabriJava.class" archive="CabriJava.jar" width="640" height="480">
    このファイルがCabriJavaの本体

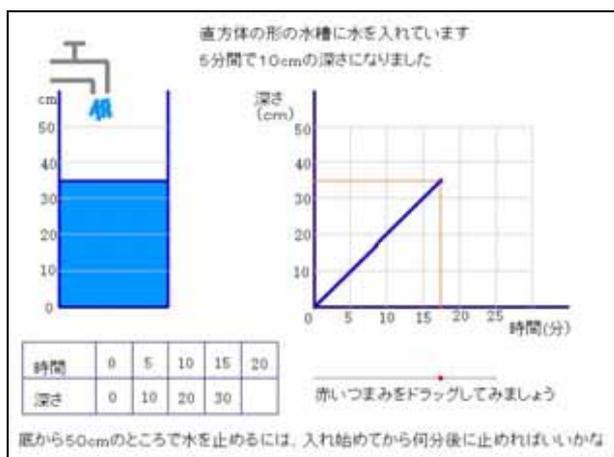
<PARAM NAME=file VALUE="hirei_1.fig">
    Cabriで作成したデータのファイル名

<PARAM NAME=background VALUE="hirei_1.gif">
</APPLET>
    背景画像・・・ここに日本語の文章を書いておく
    
```

操作方法もできるだけ統一し、画面中の赤いつまみを動かすことですべてが連動して動くようになっている。さらに CabriJava の本体のツールバーを表示することでスプリングによるアニメーションや軌跡の表示も可能である。

3.2.2 Web 教材例

<時間と水位の変化の例>

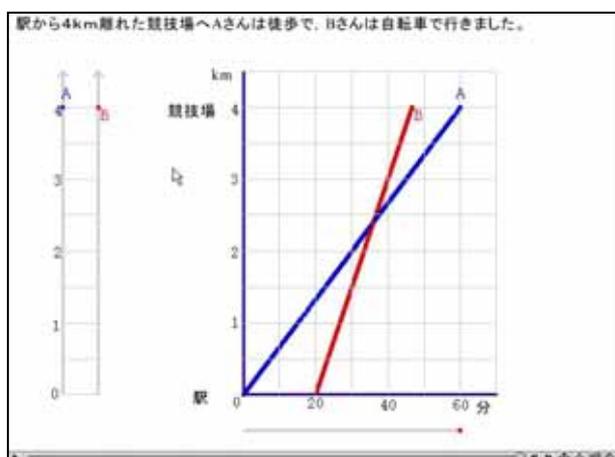


多くの教科書が採用している例である。アニメ、グラフ、表を連動することにより、イメージをつかみやすくした。

最初から水が入っている状態からだと1次関数の例になる。

図 4

<速さ・時間・道のりの問題例>



グラフの傾きが速さになっていることが中学生にとって意外に難しい。

追いつく地点はグラフの交点だが、2人の動きを表示することで理解を助ける。

ここでは CabriJava の本体のツールバーを画面の最下部に表示している。

図 5

< 動点と面積の例 >

多くの教科書が採用している例であるが、定義域によって式を場合分けて考えることが難しい。

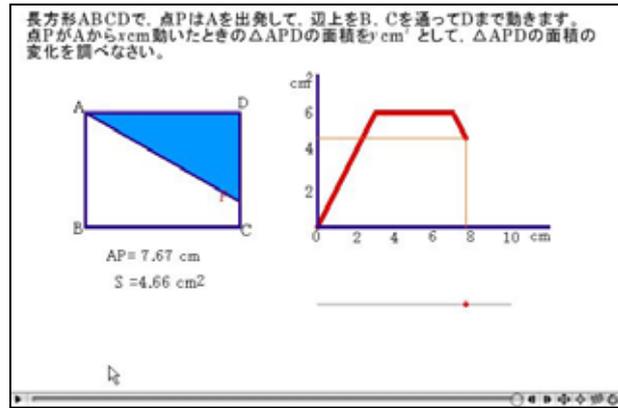


図 6

< 2 乗に比例する関数 >

< 一般の 2 次関数になる例 >

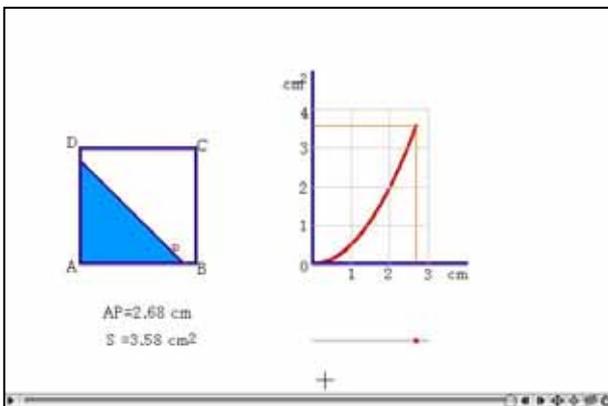


図 7

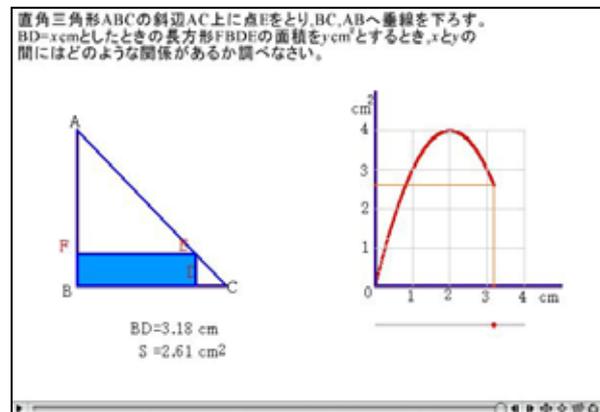


図 8

一般の 2 次関数は高等学校の学習範囲であるが、この程度は中学校でも扱っている。

4 Flash を使った Web 教材での「微分の導入授業」

ここでは「高校で微積分を履修してこなかった（数 のみ履修）学生に対し、大学の初年度にそれを学習させる必要性が生じた」という設定で、授業計画（始めの微分の導入部分）を作成する。

（ここで使用するソフト「tangent_4.swf」は高大一貫カリキュラムを意識して開発したものである）

4.1 基本的観点

- (1) 高等学校の数 ，数 に基づく授業スタイルはとらない。

理由：ここでは計算及び各種の応用問題の習熟が中心ではなく、基本概念の理解とそれに基づく数学の構造についての概観の獲得が主要な目的である。また多くの場合 2 , 3 回の講義でひとつの項目を完結させる必要がある。

- (2) Web 教材を活用し、環境が整えば「自学自習」も積極的に進める。

理由：上記の理由に加えて、それぞれの目標に応じた学習を自主的に行うことが有用である。

(3) 取り上げた項目がどのように発展し、何に使われるかを明確にする。その際コンピュータにより視覚に訴える方法を活用する。

理由:各自の専門分野との関係を理解し、学習の意義を把握することにより学習意欲を増進させる。

4.2 授業形式

学生一人ひとりが個別にコンピュータを操作する。

説明などにはプロジェクタも活用する。

早稲田大学数学教育学会ホームページ

<http://www.f.waseda.jp/takezawa/sousuukyo/>

にアクセスし、

数学の杜 インタラクティブ Web 教材から

「tangent_4.swf」をダウンロードする。

ソフトの操作方法を学習する。

ソフトを活用し、4.4 授業内容(概略)を学

習する。

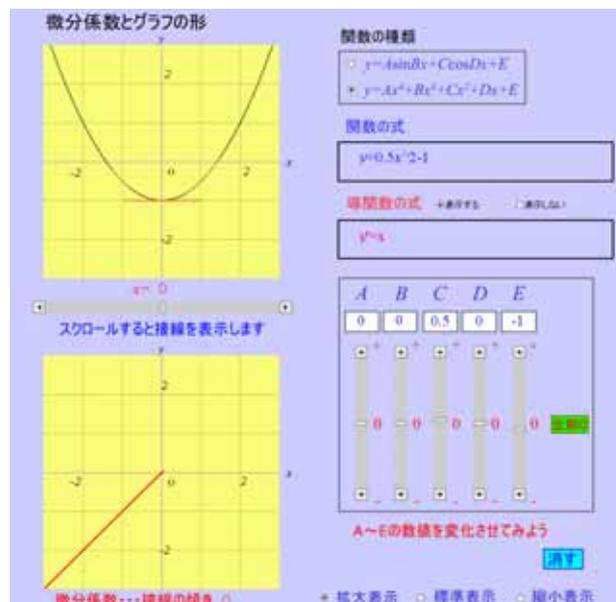


図9 画面構成

4.3 「使用ソフト」の特色

右図は、次のような画面構成になっている。

- ・右上の欄で「関数の種類」、右下の欄で「A ~」を決め、 $y = 0.5x^2 - 1$ のグラフ(左上の図)を描く。
- ・ $x = 0$ までの各点における接線を引く(画面には $x = 0$ の点における接線(部分)のみ表示)。
- ・左下にそれぞれの点における「接線の傾き(微分係数): この図では0」が表示される。
- ・右中央部に導関数の式が必要に応じて、画面の指示に従い表示される。ここでは $y' = x$ 。
- ・左下にそれに対応して「導関数のグラフ」が描かれる(ここでは実際に接線を引いた $x = 0$ まで)。

特色としては、

手書きではほとんど不可能な「関数のグラフ」を描くことができる。

グラフ上の各点において接線を表示することが可能である。

に連動して「接線の傾き(微分係数)」が表示される。

必要に応じて導関数の式が表示される。

ズーム可能

などがあげられる。また、授業の実施に伴って Web 上からの要望により「機能の追加」「改善」などが可能である。

4.4 授業内容(概略)

(1) 目標

「微分すること」のイメージをつかむ

基本的な微分の計算

(2) 進め方（1時間目）

導関数の意味を理解する．

) 「 $y = x^2$ 」を描く．

) そのグラフ上の各点において接線を表示する．

) に連動した「接線の傾き（微分係数）」のグラフを作成する（ソフト左下のグラフ）．

) 「そのグラフを表す関数を導関数という」ことを説明した上で、導関数の式を読みとる．

) 右上の「導関数の式」を表示させ（それまでは非表示にしておく）、「予想」を確認する．

$y = x^n$ で $n = 3, 4, 5$ の場合それぞれについて、の) ~) を繰り返す．

上記で $n = 0, 1$ の場合について補足説明をする．

$y = x^n$ を x で微分することの意味と結果を説明する．

Web 教材を利用した課題（可能な環境があれば）．

(3) 進め方（2時間目）

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = f'(a)$ をソフトを利用して理解させる．

微分計算（「定義を使った手計算」「公式を使った手計算」「ソフト利用」）．

Web 教材を利用した課題（可能な環境があれば）．

4.5 まとめ

(1) 授業を進めていく上で、次のような機能をもったソフトウェアが今後必要であると考える．

接線を求める式を見つける機能

指数関数に関する機能

関数の整級数展開を表示する機能

微分がどのように使われていくかを示す機能

(2) 課題

また、課題として次のことが考えられる．

コンピュータ利用を前提とした小中高一貫カリキュラムの整備

と同様の観点に立つカリキュラムを含む「高大」の連携

に基づいた大学の教育内容の検討

そして、さらに「数学における実験」の習熟および「実験装置」の開発や Web 教材を利用した授業、自主学習、それに対応した Web 教材の蓄積・整備などに関する研究が求められる．

5 生徒による Web 教材作成の取り組み（Web 教材作成を授業で取り組む意義）

高等学校の授業の中に今までの成果を取り入れ、Web 教材を活用するだけでなく、生徒たちに制作させることに教育的意義があると考え、高等学院において「情報サイエンス」という科目を設定し、授業に取り組んだ。

5.1 数学と情報との連携としての科目「情報サイエンス」

2003 年度から高等学校普通科において情報科が新設された。情報科には必修選択として、情報 A、B、C がありそれぞれ目標が設定されているが、情報 A は主に「情報活用の実践力」、情報 B は「情報の科学的理解」、情報 C は「情報社会に参画する態度」の育成とある。このうち数学と深い関係をもっているのは情報 B である。実際の教育現場での選択率は、情報 A が 82%、情報 B が 17%、情報 C が 9%、その他 7%（複数設置を含む）（神奈川県高等学校情報部会、アンケート 2004 より）となっており、全国的な状況もほぼ同じであると思われる。一方で、情報の授業担当者は現職教員が担当している場合、圧倒的に数学・理科の教員が多い。こうした中、本研究会が主張してきた、数学の授業の中でのコンピュータの活用が重要であるばかりでなく、情報科の授業においても数理科学的な面を持った授業展開が重要であると考える。

5.1.1 高等学校理数「理数数学探究」から

わが国の高等学校教育には、普通科で行われる普通教育、専門学科で行われる専門教育との二つの系統がある。数学に関連するものとしては、普通教育での「高等学校数学」と専門教育での「高等学校理数」がある。全国的には、前者を実施している学校が圧倒的に多いので、この「高等学校理数」が話題に上ることは余りない。この教科については、昭和 42 年 10 月に理科教育及び産業教育審議会においてなされた「高等学校における理科・数学に関する学科の設置について」の答申に基づき、昭和 43 年に高等学校に「理数科」が設置されたことに遡る。そして、この高等学校理数科に関わる教科の一つとして「高等学校理数」が設置された。従来は、「理数数学」と「理数数学」の二つの科目であったが、今回の学習指導要領（2003 年実施）では、この二つの科目に加えて科目「理数数学探究」が新たに設けられた。

5.1.2 「理数数学探究」の目標と内容

この科目の目標は、学習指導要領によると、

「数学における概念や原理・法則についての理解を広め、知識の習得と技能の習熟を図り、事象を数学的に考察し処理する能力を伸ばすとともに、課題研究を通して探究的な態度と創造的な能力を育成する。」

とある。科目の内容は、おもに普通科の「数学 B」「数学 C」の目標を踏まえており、

「ベクトル、統計とコンピュータ、数値計算とコンピュータ、行列とその応用、式と曲線、確率分布、統計処理、課題研究」

からなっている．そして、この特徴は最後の「課題研究」を必須にしたことである．課題研究を詳細にみていくと、その内容は次の から で構成される．

「 講読研究 データの整理・分析 数学的実験 発展講義 社会見学」

これらの内容は、従来の高等学校数学に欠けていた、生徒たちの「発見的学習」や「探求的な学習」そして「実験的な学習」を実現できるものになっている．しかし、残念ながら現在の高等学校普通科で、このような科目を設置したり授業を展開したりすることは難しい．

5.2 「情報サイエンス」の授業プラン

これまでの高等学校数学と高等学校情報の連携の視点と「理数数学探究」の内容を考えて、今年度から高等学院では、次に述べるような「情報サイエンス」という科目を設置し実施している．

5.2.1 高等学院の「情報サイエンス」の内容

この科目は高等学院で「情報C」を履修し、数学Ⅰ、数学Ⅱを履修した生徒が受講するものである．基本的に高等学院生全員が受講対象者になる．

・年間単位：2 単位，受講者数：32 名

・内容：1 学期

第 1 回 Mathematica の基本機能（高級電卓として）

第 2 回 Mathematica の基本機能（グラフィックス機能）

第 3 回 Mathematica のインターフェース（ボタン，パレット，ハイパーリンク）

第 4 回～第 7 回 グラフィックスプログラミング（javascript との併用，Web アニメ作り）

第 8 回 簡単な画像処理・音声処理

第 9 回 教育実習生による「卒業研究」プレゼンテーション

第 10 回 特別講義

「スポーツバイオメカニクスと Mathematica」講師：宮地力氏（国立スポーツ科学センター）

第 11 回 特別講義

「音声・画像処理におけるウェーブレット解析」講師：榊原進氏（東京電機大学）

課題：Web 作品（アニメーション）

夏休み：国立スポーツ科学センター見学（希望者）

2 学期

第 1 回～第 2 回 関数グラフィックス作品作り

課題：Web 作品（関数グラフィックス）

第 3 回 モデル化とシミュレーション（システム思考）

第 4 回 STELLA によるモデル化とシミュレーション 1

第 5 回 STELLA によるモデル化とシミュレーション 2

第 6 回 STELLA によるモデル化とシミュレーション 3

第 7 回 ~ 第 10 回 Mathematica でのプログラミング

第 11 回 「先進技術の教育への応用」(アップルコンピュータ社)

総合演習

5.3 Web 教材作成の環境と生徒の作成した教材

Mathematica5.1, HTML, Javascript の知識が必要となるため, 1 学期はこれらに関する予備知識獲得のための授業を行う. HTML に関しては, 2 年の「情報 C」において全員が学習しているため, 問題はない. そして Mathematica の知識と Javascript に関する若干の知識が必要となる. 数学 C の内容である「式と曲線」での曲線のパラメータ表示の知識も若干必要になる.

そして, 各学期に Web 教材作成を課題として, 生徒に作品(グラフィックスアニメーション, 3 次元曲面)を提出させ, 高等学院の Web ページに公開している. ここではその一例を紹介する.

(<http://www.waseda.jp/gakuin/joho/science.htm>).

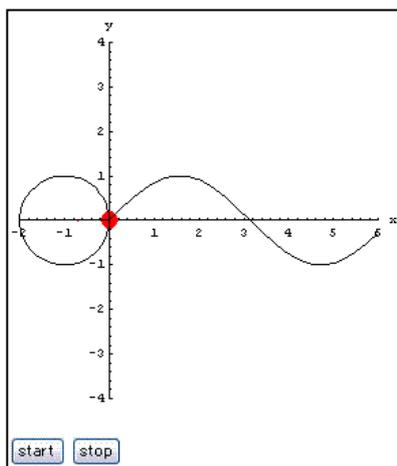


図 10 生徒 A (正弦曲線のアニメーション)

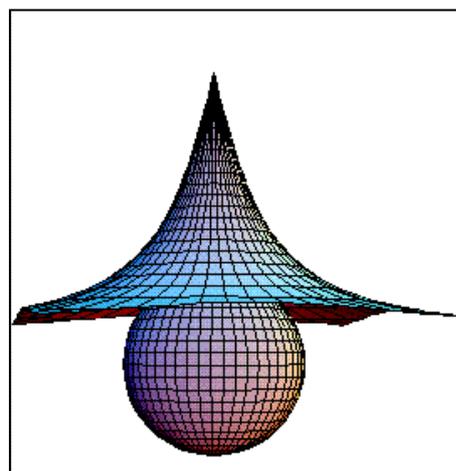


図 11 生徒 B (3次元曲面)

6 今後の課題

いままでの研究ではさまざまな Web 教材作成の可能性を研究し, これらをどのように蓄積し, 中学校・高等学校の数学に活用するかを探ってきた. 今回は, 実際に中学校での授業実践, 高等学校では生徒による教材作成まで到達した. 今後は, この蓄積した Web 教材をさらに充実させ, 多くの人々に利用してもらうように広めて行きたい. さらに中学校・高等学校の数学だけでなく, 大学初年級の数学や教職課程の数学とも連携させて研究を深めて行きたい.

7 おわりに

いよいよ 2006 年 4 月から新しい指導要領世代が大学に進学してくる. この世代は 3 年前に高等学校入学時にもいろいろ話題になった学年である. 学校五日制や「総合的な学習の時間」の影響で学校数

学の時間数は減少した。そして家庭での学習時間数も減っているという調査もある。各高等学校でもいろいろな工夫をしてきた。今後は大学での状況分析が必要になってくるであろう。最後にこの研究を支援していただいた早稲田大学数学教育学会の諸先生方に深く感謝する。また、本研究は早稲田大学数学教育学会課題研究の助成(2003 - 2004)および早稲田大学特定課題研究(課題番号 2003A-960)の助成を受けたものである。

【公開 Web サイト】

<http://www.f.waseda.jp/takezawa/sousuukyo/> 「数学の杜」

参考文献

- [1] 渡辺暁生：Quick-BASIC を中心とした中学校における数学教育とコンピュータ，早稲田大学数学教育学会誌，第 9 巻，1991。
- [2] 渡辺，武沢：新カリキュラムと数学教育におけるコンピュータ，早稲田大学数学教育学会誌，第 11 巻，1993。
- [3] 青木，佐藤，武沢，永井，箭内，渡辺他：一貫カリキュラムとしてテーマ別カリキュラム，早稲田大学数学教育学会誌，第 15 巻，1997。
- [4] 武沢他：中学校・高等学校数学科におけるカリキュラムの改善，早稲田大学数学教育学会誌，第 17 巻，1999。
- [5] 渡辺暁生：三角関数のグラフを含む「角の大きさに関するカリキュラム」，早稲田大学数学教育学会誌，第 19 巻，2001。
- [6] 永井信一：教材 Web ページの研究開発，早稲田大学数学教育学会誌，第 18 巻，2000。
- [7] 青木，武沢，永井，南，渡辺他：数学教材 Web コンテンツに関する研究開発，早稲田大学数学教育学会誌，第 21 巻，2003。