
* 論 文 *

中等教育，高等教育のカリキュラムの研究

－円周率，比，統計のカリキュラム－

早稲田大学高等学院 武沢 護

台東区立柏葉中学校 永井 信一

渡辺 暁生

0 はじめに

本稿では，昭和初期に発行された国定教科書「尋常小學算術」（いわゆる緑表紙教科書）と現行カリキュラムとの比較研究をもとに[1]，初等中等教育さらには高等教育における教職課程まで視野にいれた「円周率」，「比」，「統計」に関するカリキュラム上の問題点とそのあり方について述べていく。

そもそも数学教育の目標を，数学的なものの見方・考え方（論理的思考力の育成など），数学的な活用，数学文化の理解という視点で見ると，従来の中学・高等学校での扱いに欠けていたものは，数学的な活用であったと考える。『学習指導要領等の改善についての（中教審答申）の算数，数学に関する改善の基本方針』の中で「その課題を踏まえ…」として，いくつかの課題をあげているがその中でも，

「教育課程実施状況調査や国際的な学力調査によると，基礎的な計算技能の定着については低下傾向は見られなかったが，計算の意味を理解することなどに課題が見られた。また，身に付けた知識・技能を実生活や学習等で活用することが十分にできていない状況が見られた。

算数・数学を学ぶことの意義や有用性，社会全般における数学の果たす役割についての認識を高めることが課題であるという指摘や，ねばり強く考え抜き問題を解決することによって得られる達成感や自信をもとに自尊感情や主体性をはぐくむことが必要であるという意見もある。」[2]と指摘している。しかし，その一方で，

『人間精神の名誉のために（数学讃歌）』にあるように，「…フーリエ氏の意見では数学の主目的は公共に役立つことと自然現象の解明にあるとのことです。しかし，彼も哲学者ならば知っているべきですが，学問の唯一の目標は人間精神の名誉にあって，その意味では数に関する問題も世界の体系についての問題と同じ価値があるのです。（C.G.J ヤコービ（ルジャンドル宛の手紙）」[3]

とあるように，これからの数学教育の中では「役に立つ」ことばかりでなく，この「人間精神の名誉」

という視点も併せて数学教育を考察することも重要であろう。今回取り上げる「円周率」「比」「統計」のカリキュラムを考察するに当たっても、「役に立つ」から離れて数学を考え、児童生徒が抽象化された数学の世界を自由に飛び回ることが出来る「翼」を身に付けていくことも重要であるとわれわれは考える。

1 円周率のカリキュラム

1-1 カリキュラム作成の視点

小学校で、円周の長さを求めるための「円周率＝円周÷直径」としてスタートした円周率（初めて出会う無理数、また超越数でもある）は、中学校での「 π 」を経て、高校での弧度法、三角関数の微分へとつながっていく。大学以降の数学で（仮に） π が無かったとしたら、数学は成り立たない。

このように連続して発展的に使用されていく重要な「円周率」であるにもかかわらず、教科書からはこのような「つながり」はあまり感じられない。ほとんどの小・中学生は「円周率が角の表現に使われ」たり、「微積分に必要である」とは想像しないであろう。「円周率はどんな数なのか」、「 π はどのように使われていくのか」を系統的にとりあげることは数学教育にとって重要な事項であり、そのためには、この視点に立った「円周率のカリキュラム」が必要となる。本稿ではその第一歩として、現行教科書の円周率に関する内容の考察を出発点とし、カリキュラムの作成の基本となる視点を明確にする。

1-2 「現行教科書中の円周率」の考察

次に、現行教科書における円周率の記述についてみていく。

④ 円周の長さは、直径の長さの約何倍になっているでしょうか。小数第三位を四捨五入して、小数第二位まで求めましょう。

	あつ紙②	あつ紙③	あつ紙④	かん	ガムテープ
円周(cm)					
直径(cm)	10	20	30		
円周÷直径					

どんな大きさの円でも、円周÷直径は、同じ数になります。

上の数を、**円周率**といいます。

円周率＝円周÷直径

円周率は、3.14159……とかぎりなく続く数ですが、ふつう3.14として使います。

2 直径が8cmの円の円周の長さは、何cmでしょうか。

円周＝直径×3.14

図① 小学校：円周率の定義など（学校図書 小学校算数5年下）

円周率は、円周の直径に対する割合です。

その値は、 $3.141592653589793238462643383279\dots$ と限りなく続く数です。この値をギリシャ文字 π で表します。

(円周率) = $\frac{\text{円周}}{\text{直径}}$

例① 半径が r cm の円の周の長さは $2\pi r$ cm です。

(円周) = (直径) × (円周率)
 $= (r \times 2) \times \pi$
 $= 2\pi r$

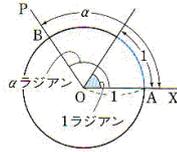
注 今後、特にことわらない限り円周率には π を使います。また、 π は、積のなかでは数のあと、その他の文字の前に書きます。

図② 中学校：円周率の定義など
（学校図書 中学校数学1）

C 弧度法

これまで、角の大きさを表すのに、直角の $\frac{1}{90}$ である1度を単位とする度数法を用いてきた。ここでは、角の大きさを表す別の方法について学ぼう。

右の図で、点Oを中心とする半径1の円と半直線OX, OPの交点を、それぞれA, Bとする。このとき、 $\angle XOP$ の大きさは弧ABの長さに比例する。



そこで、 $\angle XOP$ の大きさを、弧ABの長さ α で表すこととし、単位としては、ラジアン または弧度を用いる。

角の大きさのこのような表し方を **弧度法** という。

例えば、 $\angle XOP$ が 180° のとき、弧ABの長さは π であるから

$$180^\circ = \pi \text{ラジアン}$$

となる。また、1ラジアンは、弧ABの長さが1になるような角で

$$1 \text{ラジアン} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ \approx 57.3^\circ$$

である。一般に、次のことが成り立ち、下のような換算表ができる。

$$\alpha^\circ = \frac{\pi}{180} \alpha \text{ラジアン}, \quad \theta \text{ラジアン} = \left(\frac{180}{\pi} \theta\right)^\circ$$

度数法	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
弧度法	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π

B $\frac{\sin x}{x}$ の極限

前のページで示した関数の極限值の大小関係に関する性質の②を用いると、三角関数の極限に関する重要な公式を証明することができる。ただし、角の単位は弧度法によるものとする。

$\frac{\sin x}{x}$ の極限

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

図④ 高等学校：極限值（数研出版 数学Ⅲ）

図③ 高等学校：弧度法（数研出版 数学Ⅱ）

各教科書には「詳しい説明なしに記述されている」が、そこには重要な内容を含んでいる場合がある。そのような点などを分析し「円周率のカリキュラム」に発展させたい。

(1) 「どんな大きさの円でも、円周÷直径は同じ数になります」(小学校 図①)

ここでは測定の結果から「断定」しているのだが、むしろ「測定値からは断定できない」ことの方が数学的には重要であり、正確な値を求めるための方法を示すことが必要であろう。「緑表紙教科書(教師用)」ではこの点に関しては、次のように述べられていて「数学を教える」上での視点が明確である。

児童用書では、実験によって 3.14 に近いものを求めさせた上で、なお、円の中心から完全に等距離にあるような理想的な円について、むずかしい詳しい計算をすると、3.14159… といくらでも続く数であることが知れることを教える。実際にかような円を画いたり、見つけたりすることは出来ないが、数学ではかような円を考えて、それについて色々研究するものであって、数学をさらに勉強するとかような点がわかるようになることを説き聞かせ、数学が厳正なものであることについて理解を与えるとともに、数学を学ぼうとする心を振起させる一助とする[3].

このような視点に加えて、この中の「むずかしい詳しい計算」の例* とその発展を適当な時期に提示することにより、「数学を学ぼうとする心」の対象をはっきりさせていきたい。

$$* \frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

学習指導要領解説にある「反復（スパイラル）による教育課程を編成できるようにする」とは単なる復習だけではなく、内容を深めること、発展させることも意味すると思う。例えば上記の例の場合、低学年では「式の提示だけ」となるであろうが、高等学校では、級数の導き方、この例の級数の収束が遅いことから、もっと収束の速い級数へと範囲を広げること、さらにコンピュータを利用して実際に計算することなどが可能であろう。このような意味で、円周率のカリキュラムには「スパイラル」が必要な事項が多い。「どこまでも続く数」ということに関しては、循環小数ではないことにふれ、無理数のスタートとする。

(2) 「今後、特にことわらない限り、円周率には π を使います」(中学校 図②)

π の使用はカリキュラムのポイントである。小学校では円形のもの直径と円周を計測し、円の内接正六角形と外接正四角形から範囲を限定し、円周率を計算し、それを使って円周の長さを求めることが中心となる。したがって、一般的には「円周の長さを求めるための円周率」として、固定化されている（本稿が目指すカリキュラムでは、このようには固定化されない方向を目指しているが、ここでは、現行教科書を基礎に論議を進める）。その意識のもとに中学校の教科書を見ると、当然「何のために π を使うのか？」が大きな疑問となる。日常生活では π はほとんど使われない。円周の長さ（あるいは面積など）を求める必要があるときは3.14で普通は十分である。

カリキュラムの構成上、前述した「緑表紙」にあるように、結論を示した上で、「数学をさらに勉強するとかような点がわかるようになる」という進め方は（場合によっては）有効であり、「数学を学ぼうとする心を振起させる一助として」も活用できよう。

その視点で、ここでは「 π は無理数である」ことを示し、分数で表す可能性を排除しておきたい。

したがって、教科書（資料②）にある 円周率 = $\frac{\text{円周}}{\text{直径}}$ （分数表示）の扱いには注意が必要である。

また、 π の必要性については、「角のカリキュラム」及び「角の大きさの表現」と不可分である。そこで『角の大きさに関するカリキュラム』[5]についての要点を引用する。

小学生全員が将来「弧度法」あるいは「一般角」を学ばなくてはならない、ということではない。しかし『直線が回転すると、いろいろな大きさの角ができるね（小学校4年）』という問題に対して、「一回転以上した場合」あるいは「反対に回転させた場合」についての、展望と興味を持たせるような、また弧の長さにも目を向けるようなカリキュラムにしていきたい。

・小学校から円と円周上を移動する点を利用して「角の大きさ」を考え、「回転」をそれぞれの段階でのポイントにする。そして「反対方向の回転」「2回転、3回転」などにも、その状

況に応じ柔軟に対応し、展望を持たせる。

・中学校で「三角関数のグラフ」を扱い、それを利用して現在の中学校での「角の大きさ」の空白をうめ、ここで「形としての角」と「回転量としての角」を明確にする。また「単位円」を導入し、「一般角の考え方」「弧度法の考え方」にもふれる。（「三角関数一般」の導入にもなるわけであるが、ここでは「グラフ」および「考え方」までとし、「一般角全般」「弧度法全般」「三角関数全般」「三角比」については高等学校段階でカリキュラムをつくる。）

・高等学校での弧度法の説明には、「弧の長さで角の大きさに表すこと」を強調する。また小学校から継続している「回転」の説明がここに結びついてくるように配慮する。

ここから、「角の大きさを弧の長さで正確に表すこと」と「 π の必要性」が結びつく。

(3)「角の大きさを表す別の方法について学ぼう…このような表し方を弧度法という」

(高等学校 図③)

「日常生活では度数法で十分なように思えるが、なぜ弧度法が必要なのか？」の説明が当然必要で、図④の三角関数の極限にもふれておきたい。また、前述の『角の大きさに関するカリキュラム』にしたがって、現行の小・中・高の角に関するカリキュラムの見直しを検討したい。

(4)「三角関数の極限に関する重要な公式を証明することができる、ただし角の単位は弧度法によるものとする。

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ 」(高等学校 図④)

これが「重要な公式」であることを明確に示すことが必要であり、それにより弧度法の必要性も同時に明確になる。そのためには、ここで $(\sin x)' = \cos x$ とセットにすることが適切なカリキュラムであろう。

1-3 今後の進め方

「円周率」については、以上のように、多くの数学に関する重要かつ基本的な内容が関わっており、数学教育にとって、十分な研究が必要な事項である。今後、本稿のような視点に立った授業計画を作成し、実践・検討さらに大学初年級の展望に入れた「円周率のカリキュラム」の完成を目指したい。また、同様な観点から「三角関数と指数関数」、「複素数」などについてのカリキュラムの研究も必要であると考え。

2 小中高等学校を見通した比のカリキュラム

近年、学習指導要領改訂のたびに小中学校における比の学習は軽減されてきた。現行学習指導要領における比の扱いを見てみると、小学6年で簡単な場合の比の意味を学習するが比の値や連比は取り

扱わないことになっている。中学では3年で相似の学習で比を取り扱うまで、1、2年では特に比を学ぶ場面が設定されていない。比の性質にも深入りはせず、比の値と比例式において内項の積と外項の積が等しいことが中心となっている。また、生徒にとってわかりやすいとの理由から相似条件や平行線と比の定理などでも分数表記（比の値）よりも○：□という表記が中心である。

新学習指導要領でも比の学習は小学校で比の値が復活したことと中学校での比例式の導入場面、面積比・体積比の復活以外はあまり変わっていない。過去の教科書の研究を踏まえ小中高の学習を見通した中学校における比の学習カリキュラム改善のポイントを提案したい。

2-1 黒表紙教科書（尋常小学算術書）および緑表紙教科書（尋常小学算術）における比の扱い

黒表紙教科書は国定教科書としては最初のものであり明治38年から使用され、その後3回の修正が行われ昭和9年まで使用された。比の扱いに関しては第三期改訂版で大きく変わっている。

以前までは、比例の応用問題を倍比例の考え方で求めていたが、改訂版では比例式を立て、外項の積と内項の積が等しいことを使って求める方法に変更している。藤沢利喜太郎は「算術教科書」（明治35年）の中で「帰一法の考え方が初学者にはわかりやすいからといって比例解法が無用であるというのは誤りで、複雑な問題も比例式を用いると簡単に解くことができる」としてその利用を薦めている。この考えが第三期改訂版に反映されていると思われる。一方、緑表紙教科書では教師用書の中で「従来、比例は、主として問題解決の手段として取扱はれていたのである。ところが、尋常小学で取扱う所謂単比例の問題は、普通の四則によって、容易に解くことが出来るもので、格別、比例式解法の有利さが認められない」と述べて、比例式は影を潜めてしまう。そのかわりに関数としての比例が強調され、比例と反比例のグラフが扱われるようになった。

目 録	
I 分 数	
意義.....1	応用問題其ノ四.....36
暗算.....4	比ニ關スル問題其ノ三.....38
種類.....5	歩合ノ意義明ヘ方.....40
倍数約数.....6	元高歩合高.....41
約分.....9	應用問題其ノ五.....42
形ヲ變ヘルコト.....10	損益.....44
加法其ノ一.....11	租税.....46
減法其ノ一.....12	利息.....50
通分.....13	公債株式.....54
加法其ノ二.....14	應用問題其ノ六.....58
減法其ノ二.....15	III 復 習
應用問題其ノ一.....16	整数小數.....62
乗法其ノ一.....18	應用問題其ノ七.....63
除法其ノ一.....19	諸等數.....66
乗法其ノ二.....20	應用問題其ノ八.....67
除法其ノ二.....21	應用問題其ノ九.....68
應用問題其ノ二.....22	分數.....70
小數ヲ分數ニ直スコト.....24	應用問題其ノ十.....71
分數ヲ小數ニ直スコト.....25	應用問題其ノ十一.....72
復習.....26	應用問題其ノ十二.....73
應用問題其ノ三.....28	應用問題其ノ十三.....76
	應用問題其ノ十四.....78
II 歩 合 算	
比.....32	
比ニ關スル問題其ノ一.....33	諸等數ニ覽表.....82
比ニ關スル問題其ノ二.....35	答.....84

II 33

〔比ニ關スル問題其ノ一〕

(1) 白米 5 升ノ價ガ 1 圓 60 錢

デアルト、1 斗 2 升ノ價ハ幾ラカ。

$$\begin{array}{r}
 \text{升} \\
 5 \\
 \hline
 12
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{錢} \\
 160 \\
 \\
 \text{錢} \\
 x
 \end{array}
 \quad
 x = 160 \times \frac{12}{5} = 384$$

答 3圓84錢

図⑤ 第三期国定教科書「尋常小学算術」第六学年より

この問題は、比例式よりも生徒の解法1の帰一法（単位量当たりの大きさを考える）や生徒の解法2の倍比例の考え方が適切であると思われる。これを比例式で解こうとするのは黒表紙の考え方であり、比例式の良さを説明するには適切な導入場面とは言い難い。

以前は比の記号：を用いてA：Bと書く場合、AとBは数または同種の量と限定していた。例えば2g：3gは正しい比だが、2g：3mは意味をなさない。その後、昭和33年の学習指導要領あたりから比と比の値を同一視する立場もあり、異種の量の比も：の記号が使われるようになった。単位量当たりの大きさを考えると分数になるが、それを：の記号を使って使って比の形で表すようになったわけである。研究集録の解法では100g：260kcal という異種の量の比を作っている。確かに比例式を使った解法は、問題の数値を順番に並べて比例式にすると簡単に正しい答が出る。同じパターンの練習問題が並んでいたら正解するかもしれない。単位を無視すれば良いと言う考え方もあるが、せめて黒表紙のように同種の量で比例式を立てる方が望ましいと考える。もちろん、2つの比例式は内項どうしを入れ替えただけなので最終的な答は同じになる。

100g	260kcal	$100 : 65 = 260 : x$
↓	↓	重さの比 エネルギーの比
65g	x kcal	$x = 169$

一方、文科省の中学校学習指導要領解説数学編では、次のように比例式を立てることが自然であるような例題となっている。1学年の比例式の導入場面としてはこのように問題文自体に比が含まれているものが良いと考える。

2種類の液体A，Bを3：5の重さの比で混ぜる。B150gに対してAを何g混ぜればよいか。Aをx g混ぜるとして、比例式 $3 : 5 = x : 150$ を考えればよい。

また、東京書籍の移行期用の補助教材では比例配分の問題も扱っている。

例4 180枚の折り紙を姉と妹で分けるのに、姉と妹の枚数の比が3：2になるようにしたいと思います。姉の枚数は何枚にすればよいですか。

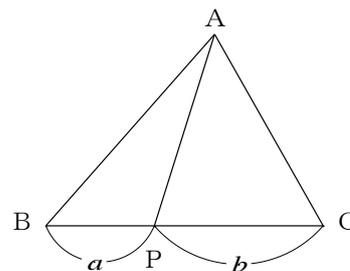
解き方1 姉の枚数をx枚として、 $180 : x = 5 : 3$ $x = 108$

解き方2 $180 \times \frac{3}{5} = 108$

解き方3 姉の枚数をx枚として、 $x : (180 - x) = 3 : 2$ $x = 108$

問6 右の図の三角形ABCの面積は 28 cm^2 です.

$a:b$ が $3:4$ のとき、三角形ABPの面積を求めなさい.



例4は比例配分の問題で解き方2のように必ずしも比例式は必要ないが、比例式を使う良さは感じられる。問6も今まで中学校の教科書ではあまり指導されていなかった内容を取り扱ったことは評価できる。ただし、この場面ではなく2年の平行線と面積で取り扱う方がよい。

(2) 比例と比例式の関係 (1年)

これまで比例の学習場面で比を意識させることはあまりなかった。しかし、比例式を立てて問題を解決する場合には、2つの量が比例関係にあることが前提になっている。すなわち、 y が x に比例しているとき、 x の2つの値 x_1, x_2 に対応する y の値を y_1, y_2 とすると、 $x_1:x_2 = y_1:y_2$ となり、逆に、 y が x に反比例しているとき、 $x_1:x_2 = y_2:y_1$ が成り立つ。比例の学習の際にはこのことも確認しておきたい。このことが例えば弧の長さの比から比例配分で円周角を求める場面に生かされる。

【比例】 $y = 3x$ $2:5$

x	0	1	2	3	4	5	6
y	0	3	6	9	12	15	18

$$6:15 = 2:5$$

【反比例】 $y = \frac{30}{x}$ $2:5$

x	0	1	2	3	4	5	6
y		30	15	10	7.5	6	5

$$6:15 = 2:5$$

(3) 比例式の性質 (2年)

1年で2つの比が等しいことを比の値が等しいと定義しておけば、文字式の利用場面で比例式の様々な性質を説明することができる。特に確認しておきたいのは次頁の4つの比例式の性質である。

②の性質は1年でも比例式を方程式に直して解くために使っているが、具体例から認めさせているだけである。それが正しいことを文字を使って説明することは、文字の有用性を感じさせる面もあり、ぜひ2年で取り上げておきたい。両辺が異種の量の比である場合には、③、④は数の比と考えれば成り立つ。「:」の記号と分数表示の相互変換にも習熟させたい。

【比例式の性質】

$a:b=c:d$ すなわち $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ が成り立つとき、

- ① $b:a=d:c$ 両辺において、それぞれ前項と後項を入れかえてもよい。
- ② $ad=bc$ 外項の積と内項の積は等しい。
- ③ $a:c=b:d$ 内項どうしを入れかえてもよい。
- ④ $d:b=c:a$ 外項どうしを入れかえてもよい。

(4) 連比の導入 (2年)

連比は小学校でも(発展学習としては入っているが)正式には学習していない。3年で相似な図形や三平方の定理を学習する前に取り扱いたい。三平方の定理では $3:4:5$ や $1:2:\sqrt{3}$ のような連比の表現を使っているが、事前に連比の学習はほとんどなされていないのが現状である。

【連比の性質】

- ① 連比の意味
- ② 2つずつの比から連比を求めること
- ③ 連比の性質

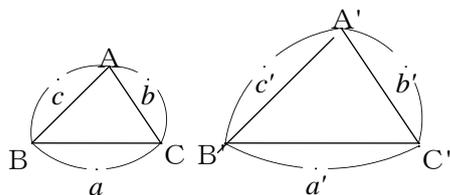
$$a:b:c = ak:bk:ck$$

$$a:b:c = l:m:n \text{ のとき, } a:l = b:m = c:n, \frac{a}{l} = \frac{b}{m} = \frac{c}{n}$$

(5) 相似な図形 (3年)

教科書では相似比(対応する辺の比)ばかりが強調されて指導されているが、形状比の方もきちんと取り上げ、三角定規の辺の比へとつなげたい。また、比の値による分数表記も取り上げる。

【三角形の相似条件】



$$a:a' = b:b' = c:c'$$

3組の辺の比が等しい

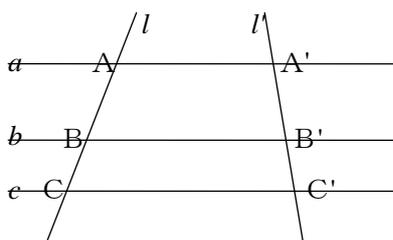
$$a:b:c = a':b':c'$$

こちらの連比の形も取り扱う

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$$

分数表記も取り上げる

【平行線と比】



$$a \parallel b \parallel c$$

$$AB : BC = A'B' : B'C'$$

平行線による比の移動

$$AB : A'B' = BC : B'C'$$

こちらの対応する線分どうしの比の相等も取り扱う

$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$

分数表記も取り上げる

今まで書いてきた内容の多くは、かつては教科書にも記載され、授業でも取り扱っていたことではある。現在では教科書から省かれ指導書にも余裕があれば取り上げてよいという程度の軽い扱いにされているものが多い。これ以外にも比例配分の考え方など授業の中で意識的に比の学習を取り入れられる場面はたくさんある。

3 統計に関するカリキュラム（教科横断の視点で）

3-1 統計教育の重要性について

初等中等教育における数学教育のなかで統計分野は必ずしも重点的に取り上げられてこなかった。例えば大学入試では出題されることが少なく、そのために高等学校では教えられることが少ない現状があった。しかし大学入学後は、自然科学のみならず社会科学を問わず統計的な見方や考え方は重要であることは言うまでもない。この分野は、社会の変化や学校教育へのコンピュータの普及などともなって、わが国の数学教育のカリキュラムの重要な課題になってきたと思う。

折りしも、今回の学習指導要領の改訂では中学校に確率統計に関する領域である「資料の活用」が新設され、高等学校においても統計の扱いに変化があった。そこで今後は、中学・高等学校における統計教育のカリキュラム等の研究が大きなテーマになると思われる。

3-2 新しい学習指導要領における扱い（中学校，高等学校）

新しい学習指導要領（中学は全面実施は2012年から、移行措置として2009年度から）では、領域構成において、現行の「数と式」「図形」「数量関係」の3領域から確率・統計に関する領域「資料の活用」を新設するとともに、「数と式」「図形」「関数」「資料の活用」の4領域に再構成した。具体的には、

学 年	資料の活用
第一学年	資料の散らばりと代表値 ヒストグラムや代表値の必要性と意味 ヒストグラムや代表値を用いること
第二学年	確率 確率の必要性と意味及び確率の求め方 確率を用いること
第三学年	標本調査 標本調査の必要性と意味 標本調査を行うこと

図⑦ 中学校学習指導要領（数学）から[6]

このように、第一学年ではヒストグラムや代表値を用いて資料の傾向を読み取る。また、第二学年では確率を用いて不確定な事象をとらえ説明することを学習する。さらに第三学年では標本の傾向を調べることで母集団の傾向を読み取ることを、簡単な標本調査を行うことで理解できるようにするとなっている。

高等学校においては次のようになった。ただし()内は単位数である。

まず、全体の構成は、数学Ⅰ(3)、数学Ⅱ(4)、数学Ⅲ(3)、数学A(2)、数学B(2)、数学C(2)、数学基礎(2)から数学Ⅰ(3)、数学Ⅱ(4)、数学Ⅲ(5)、数学A(2)、数学B(2)、数学活用(2)

科 目	内 容
数学Ⅰ（必履修）	データの散らばり，データの相関，課題学習
数学A	場合の数と確率（選択），課題学習
数学B	確率分布と統計的な推測（選択），課題学習
数学活用	社会生活における数理的な考察 －社会生活と数学，数学的な表現の工夫、データ分析－

図8 高等学校学習指導要領（数学）から[7]

この問題点は、数学Aが場合の数、整数の性質、図形の性質の3つから2つを選択、数学Bは確率分布と統計的な推測、数列、ベクトルの3つから2つを選択となると、どのような選択パターンになるかによって、この離散的な数学や統計的な数学は選択されない場合も十分考えられる。

3-3 教科横断型カリキュラム作成の重要性（数学を活用する視点から）

確率や統計の学習は、「数学を活用する」という視点においては、自然科学系だけでなく、社会科学系の分野にも活用される機会が多いと考えられる。そのためには、従来の教科の枠組みでカリキュ

ラムを作成するだけでなく、関連教科との融合カリキュラムの作成が重要になってくる。

歴史的には、このような考え方に基づくものとして教科横断型、合科型、総合型などあるがここでは教科横断型の例としてクロスカリキュラ (Cross Curricula) を考えていく。これは、それぞれ独立した目標をもつカリキュラムまたは教科をクロスすなわち複合・融合した形で編成されるものと考えらることにする。

3-4 教科横断型カリキュラムの作成の視点 (緑表紙教科書が示唆するもの)

「緑表紙教科書」でのこの統計分野の扱いは小学校での扱いということもあり、必然的に教科横断の視点が入りやすい。具体的には、小学校2年で表を扱い、小学校3年上では関数(オタマジャクシからカエルになる変化, 1日の気温の変化), グラフ(棒グラフ, グラフ作成)の扱いを通して, 変化する量についての理解を深める。続く小学校3年下では, 場合の数(犬サルキジの並び方, 相撲の取り組み), 代表値(卵の平均値, 家族の人数の平均値)を扱うことで統計的な事項を扱い, 関数, 表, グラフと変化に関する理解を深める。

小学校4年上になると, 身体検査(2次元の表をみてデータからの考えつくことを述べさせる)や体温(折れ線グラフ, その変化の様子を考えさせる)を話題に, さらに統計的な事項を扱う。小学校5年上になって, グラフ(折れ線と棒, ヒストグラム), 雨量と気温(各地方の気温と雨量の折れ線グラフと棒グラフをみていろいろ考えさせる), 統計(体重の度数分布から平均を読む), 場合の数(順列, 円順列), 確率(自動車に乗る確率)を通して, 統計の発展や確率の考え方を扱う。小学校5年下では, 比例から関数の変化の概念の進展, 火災の統計(東京の火災月別の統計をもとにいろいろ考えさせる), 概数と概算(概数の概念とその計算)を扱っている。

小学校6年になると, 小学生の体位, 伝染病の統計(以上6年上), 農林水産業の生産, 工業の生産, 人口(以上, 6年下)を扱うなど, 日常に沿ったテーマを設定して学習を進める生活単元の色彩が強くなるが, これらの内容は中学校や高等学校の中でもカリキュラムとして組み入れることは十分可能である。次では, その例としてどのような学習活動が可能かを例示する。高等学校1年の例示ではあるが, このような学習活動は中学1年から展開可能であると考えらる。

【クロスカリキュラの例】

○学習テーマ: データ分析(課題学習)

○学習形態: グループによる協働学習による数学と公民, 情報, 理科, 家庭, 保健体育とのクロスカリキュラ

○対象生徒: 高等学校第1学年

○学習計画: 10時間程度の活動

時限	活 動 内 容	活動のポイント
1 限 ～ 2 限	○グループでのテーマ設定 クロスする教科に依存するテーマ設定 もしくは、生徒各自が興味あるテーマを設定	○自然科学系（物理，化学，地学，環境など） 社会科学系（スポーツ関係，経済関係，環境関係，栄養関係など）
3 限～ 5 限	○情報収集 設定したテーマに沿って各自がデータを収集する．	○さまざまな収集方法 ・実際に測定する ・アンケートを実施する ・インターネットからの収集するなど
6 限～ 7 限	○データ分析方法 標本調査，代表値，相関関係など (検定・推定は2年生)	○コンピュータなどの情報機器の活用して数学的に処理する
8 限～ 10 限	○ レポート作成 ○ 調査結果の発表 グループごとに発表する	○数学的処理に基づいて判断し，論理的な文章を作成する ○筋道を立てて論理的に話す (コミュニケーション能力の育成)

新しい学習指導要領での数学科の目標として「数学的活動を通して，数学における基本的な概念や原理・法則の体系的な理解を深め，事象を数学的に考察し表現する能力を高め，創造性の基礎を培うとともに，数学のよさを認識し，それらを積極的に活用して数学的論拠に基づいて判断する態度を育てる[7].」とあるように，これらの学習活動を通して数学の有用性を理解し，数学的なもの見方・考え方を身に付け，これからの社会におけるさまざまな問題に対して，批判的に物事をみつめ，的確に判断できるような児童生徒を育成することが重要である．

4 今後の課題

数学教育を実行するのは数学の教員である．したがって，その教員を育てる大学の教職課程の授業内容は十分検討されるべきであろう．現在の大学に入学してくる学生の多くは，いわゆる「受験カリキュラム」により数学を学習している．そのままではその「受験数学」が数学であるという意識のまま教壇に立つことになりかねない．そこで今までとは視点を変えた，本稿の指向する「円周率」「比」「統計」のカリキュラムのような内容は教職課程の授業内容として重視されてよいのではないだろうか．数学教員を目指す学生に対する教職課程のカリキュラムの改善も今後われわれとしては取り上げる大きな課題であると考えている．

[参考文献]

- [1] 武沢他『「緑表紙」について ―課題研究「中等教育，高等教育のカリキュラムの研究」の中間報告―』早稲田大学教育学会誌，第26巻，2008.
- [2] 文部科学省：『中央教育審議会答申』2008，
http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/news/20080117.pdf.
- [3] J. デュドネ：『人間精神の名誉のために（数学讃歌）』高橋礼司訳，岩波書店，1989.
- [4] 復刻版『尋常小学算術』，新興出版社啓林館，2007.10.
- [5] 渡辺暁生：『三角関数のグラフを含む「角の大きさに関するカリキュラム」』，早稲田大学教育学会誌，第19巻，2001.
- [6] 文部科学省：『中学校学習指導要領』，平成20年3月.
- [7] 文部科学省：『高等学校学習指導要領』，第2章第4節，平成21年3月.