

佐藤 章 東洋大学 工学部
渡辺暁生 元目黒区立第四中学校

まえがき

「...それは高等学校の教師になろうとする学生に、種々の要求に応ずる適切な訓練を課すことに関してである。...長いあいだ、大学で独占的に数学の研究が行われたが、しかもその研究では高等学校に何が必要とするかも考えなかったし、また高等学校の数学との結びつきをつくろうとしなかった(『高い立場からみた初等数学』 F. クラインの 序論より)。」では、大学教育と教育現場(高等学校(中学校))の間にギャップが存在し、大きな問題が内在していることを明らかにしている。

現在の教員養成制度では、大学で専門的な数学を学び、教員職員免許状(教員免許状)が取得できる教職課程の、一定の単位を取得すれば、教員として教壇に立てることになっている。ところが、大学を卒業して教職につけば、いきなり初等数学を学校独自のやり方で教えなければならなくなり、大学で習った難しい数学はほとんど役に立たなくなってしまう。大学で習う数学の内容が、高校で教える数学と結びついていないことを物語っている。

大学で習ったものが、高等学校(中学校)で有効に生かせる「大学での数学の教育内容とその方向」とは何か？

大学での教職課程での数学を教える佐藤と、これまでに教育の現場で実践してきた渡辺が、上述した問題の解明を目指して調査研究を始めた。東洋大学工学部の教職課程では、数学を専門とする学科がないために、「解析」、「代数」、「幾何」の計6教科を特に設け、必修としている。

100年を経過して、なお、解決されていない「大きな、困難な、そして重要な課題」に対して、どれだけ切り込めるかは不明であり、自信のないところであるが、本稿では、これまでに実践した内容を論説としてまとめたつもりである。

本稿は3章から構成されている。第1章は、東洋大学で平成15年度春期(前期)の教職課程(「解析(必修)」)を履修した学生を対象に行った状況調査・分析である。第2章は、「高い立場から見た初等数学(F. クライン 東京図書)」から、その内容を紹介し、本論説の目的を明確にしようとするものである。そして第3章では、上記の内容をもとに「教職課程の授業内容の方向」を論じたものである。

なお、本論説は一つの考え方にもとづいたものであり、一種の問題提起である。これを契機として多くの方々から議論に参加していただき、何らかの方向性と解決の糸口が見つかれば、我々のもっとも喜びとするところである。多くの方々のご支援とご協力をお願いする次第である。

1 学生たちの考え

「教職に関する意識を高める」「授業計画の参考にする」などの目的から、3回にわたりアンケートを実施して、学生達の考えを調査しつつ講義を進めた。(アンダーラインは本稿の執筆者が記入)

アンケート1(教職の授業を受ける動機: 4月)

A

まず、何といっても人間(子ども)が好きだからです。子ども(生徒)によい影響を与える大人(先生)になりたいと思ったからです。中学校で生徒と共に生活(成長)している自分を思い描くと、ワクワクしてくるからです。現実そんなに甘いものではないと思っていますが.....でも教員になりたいと思っています。

B

- ・ 大学に行かなければ、教員の免許は取得できないため、取得する価値があると思ったから。
- ・ 教員になるために学ばなければならない事が、教員にならなくても、とても意味があることだと思ったから。

この2名に代表されるような、教職希望の有無はあるが、学習意欲があり、授業態度も真面目である。また教職希望の比率もかなり高い。しかし教職につくために「この授業で、これを学びたい。こういう力をつけたい。」という目的意識が全体(数人をのぞいて)としてはやや薄い。この意識づけが「授業目標の一つ」といえるのかもしれない。

A が「どんな授業を希望するか」という設問に答えている「微分積分の概念というか、なぜそんなことをするのか?ということから知りたいです。」という言葉が印象的である。

アンケート2 自分が受けてきた授業を振り返って：6月

C

私が今まで受けてきた数学の授業でおもしろかったことは、中学生のころです。私は中学校の3年間、同じ先生に数学を習いましたがとてもいい先生でした。教え方はとてもわかりやすく、楽しかったです。具体的なことはあまり覚えていませんが、トランプゲームをしたと思います。説明の仕方はいつもゆっくりで、生徒の表情をよく見てくれていたのを覚えています。彼女自身がとても数学が好きなんだということがよく伝わってきました。数学を教えるというより、数学のおもしろさを伝える授業でした。だから、彼女の説明をクラスみんなは聞き入っていました。彼女の数学は「魔法の数学」とよばれていました。私もそんな風になりたい。彼女に教えてもらった数学の楽しさを、自分なりにもっと深めてみたい。そして、できたらそれを伝えてみたいとも思い教師を志しました。身の上話になってしまいましたが、とにかくいい先生でした。私も彼女のようにになりたいです。だからそのためにまず、数学をたくさん勉強したいと思います。数学は好きです。でもまだ大好きとは言えません。その差を大学生のうちに、うめたいと思います。

「先生は数学が大好き！」... 魅力的な授業が想像される。教員として重要な条件であろう。これが「計算が大好き」「入試で成功させるのが大好き」となると（これも必要だし、重要には違いないが）ちょっとニュアンスがかわってくる。ここでいう「数学」、そしてそれを身につけさせる「教職の授業」を検討する必要がある。

D

私が今まで授業を振り返ってみて、印象に残っていることは、高校2年生の時に臨時で来た先生の授業を受けたことです。今、私が教師を目指しているのもその先生との出会いが直接のきっかけになりました。

その先生は臨時ということもあって、教えてもらっていた期間は2学期の間だけで、とても短い間だけでした。そのとき教えてもらっていたのは、『三角関数』の単元の時でした。

その先生はまだ若く、教師としての経験はほとんどない人でした。おまけに、三角関数なんて生徒にしてみれば、聞いただけでも難しそうなこともあって、最初は授業もみんな聞いていないような、とてもヒドイ状態でした。でも、先生の授業や生徒に対する思いが、私たちに伝わるのに時間はかかりませんでした。

先生はどうしたら、『三角関数』が生徒に理解しやすいか、すごく考えていました。そこで先生は教科書をあまり使わないで、オリジナルのプリントをつくって毎回配ってくれました。

.....中略

クラス一番前の上には、みんなで作った加法定理や半角、二倍角の公式が貼られて、テスト前には、先生も含めてみんなで居残り勉強をしているほどになっていました。そんな一生懸命な先生の姿が私にはとても印象的で、自分もいつかこんな先生になりたいなと思うようになっていました。

確かに教師として、生徒に数学の知識を教えることは当然のことだと思うけど、私はそれだけでなく、生徒が自ら、ヤル気がおきてくるような、そんな授業ができたらいいなと思っています。

E

私が今まで受けてきた数学の授業の中で、一番良かったのは、中学2・3年の2年間習った先生の授業です。その授業は、基本的に教科書を使わずに進められました。「教科書をそのまま読んでも、イメージがつかみづらい」と、その先生は、教科書にある例題や文章問題を、自分でアレンジして私たちに教えてくれました。.....

「思いが伝わる」 きっとその先生は「自分の持っているもの」を「自分の言葉」で一生懸命伝えようとしたのだと思う。

教科書通りの、だれが教えても同じような内容の授業からは「緊張感」は生まれてこない。教師という一人の「個性を持った人間」からの「働きかけ」が重要である。それでは、その場合の「自分の持っているもの」はどこで、どのようにして身につけるのであろうか？ 教職課程の授業が、少なくともその一端を担っていることは確かであり、そのような内容が教職課程の授業の主要な目的でもある。

F

基本的に難問が解けたときに面白い（楽しい）と感じるが、それ以外で面白いと思うことはないと思う。強いて言えば、小学生の時に親がビデオで見せてくれた 秋山仁の「算数大好き」というやつ

数マジックが面白かった．数のマジックを数学的に証明して（当時は意味が分からなかったが）実際にやってみるというやつだった．算数ってこんなにも使われているんだと思って，新たな発見だった．それから物事のいろいろな部分に算数（数学）が使われているのを知って面白いなと思った．

「解けたときの面白さ」と同時に，「何に使われているか」を探っていくことは，やはり興味深いことである．そして「何に」の対象は，いわゆる「日常生活」だけでなく，「他の教科」「他の部門の数学」などに範囲を広げて考えたい．

（早数教カリキュラム分科会 「カリキュラム作成の観点」 （2002.5.18） より）

観点C 「クロスオーバー」

[crossover：立体交差路，ジャズにロック・ラテンなどが混じり合って生まれた新しい音楽]とあるが，ここでは，中学における「図形と数量」，高校における「幾何と代数」のような異なった分野にまたがる教材を意識的・積極的に取り上げることの意味する．

一般に，数学のカリキュラムは「縦のつながり」にウエイトがおかれがちだが，それに「横への飛び越し」を加えることは重要であり，「科学の研究における自由な発想」を育てる上で意味のあるものと考えられる．

G

積分が大好き．ちょっとしたひらめきで，問題が解ける，解けない，というのがとても面白かった．

H

微分、積分が一番印象に残っています．それまでの数学は私にとって簡単な物でした．しかし微分、積分は違いました．初めて数学が難しいと感じ、そして何より解けたときの楽しさを初めて知った分野だからである．

微積分に接したとき，多くの生徒はそれまでの教材とは違った，新鮮な印象を受けることが多いようである．「微積分から数学の応用への展望が大きく開けていく」こともその理由の一つであろう．一方，最近では「難しい？教材は除いていく？」という流れがあり（中学での2次方程式の解の公式，高校での複素数平面など），学習指導要領が大きく変えられた．「教材の選び方の観点」「カリキュラムの作成」については十分な検討がなされるべきである．

I

今まで受けた数学の授業で、自分に一番合っていると思ったのは高校の先生です。3年間同じ先生で、話にも一貫性があったというのがありますが、何よりもわかりやすかった。授業のスタイルは、あらかじめ要点をまとめたプリントを單元ごとに配って、授業で詳しく説明、といった感じでした。プリントには簡単な基礎的なものから、自力では解くのが難しい問題まであって、要点もちゃんとまとめられていました。… 後略

「分からなくてもよい問題」「今は分からなくても、先にいってはっきりしてくる問題」「本当は分からなくてもよいが，受験用にはマスターしておく必要がある問題」「早く答えを出す必要がある問題」「絶対理解しておく必要がある問題」などが絡み合い，「分かりやすい授業」というのは，教える方から見ると結構複雑である．

少なくとも，ポイントになる教材を扱う場合，それに至るまでの流れとそれ以降への展望は把握しておく必要があるだろう．

アンケート3 中学校の教員の話聞いて：7月

前項の 自分が受けてきた授業を振り返って のお返しという形で，角度を変えて，授業を行った教員の側から「印象に残った授業の話（担当渡辺）」を教職の時間に実施しそれについてのアンケートをとった．話の内容は「コンピュータを利用した中学校での関数指導（早数教会誌19-1「角の大きさに関するカリキュラム」参照）」である．

A

渡辺先生のお話を聴いて，私が思ったことは，やはり自分の頭で考えて行動（授業）することが一番大切だということです．どのように教えたら，生徒が理解しやすいのか，どんなふうに教える單元について話せば，生徒が興味を持ってくれるかを考えて授業することが，一番重要だということをお話から学びました．実際に私自身，大学の授業を受けていて，あっ，この先生は工夫を凝らして授業をして

いるなぁと思う先生とそうでない先生がいます。工夫を凝らしている先生の授業はやはり、興味がわくし、やる気がでけます。今、このように思っていることを忘れないで、教壇に立ったときに授業をしようと思います。

また、教師の「個性」について、お話しされたことも印象に残りました。「個性」とは、教師の性格に対する「個性」と、教師の行う授業の内容に対する「個性」があるのだと、お話から学びました。性格が個性的であると、授業も個性的になると思いますが、生徒が理解しやすいという意味での個性的な授業をするためには、やはり、自らの頭で考えて授業をしなければならないのだと思いました。

そして、「生徒が自らやる気が起きてくるような授業」ということも、とても大切なことだなと思いました。なぜなら、教師にやる気があっても生徒にやる気が起こらなかったら、意味がないからです。教師にやる気（熱意）があるということは当然のことだと思います。したがって、そのやる気をいかにして、生徒に伝えるかが、大切なことだと思います。教師のやる気が強いということは、数学の面白さ、素晴らしさを分かってもらいたいという気持が強いということだと思います。このことを生徒に伝えるためには、やはり自分の言葉（方法）で生徒に伝える（教える）ということが一番重要なんだなぁとお話から学びました。「ナビツール」はそのよい例なんだなと思いました。私も、頭を使って、オリジナルの方法で授業をするようにしようと思います。

まとめとして、私は何ををするのでも、「自ら考え、行動する」ということが、一番大切なことなんだと、分かりました。人は人生を過ごしていく中で、このことをしなければ、充実した人生を送ることは無理だと思います。生徒の手本になる立場、生徒に教える立場にある教師が、「自ら考え、行動する」ということをしなければ、生徒がそれを実行できるようになるはずがありません。だから私は教師となったときに、数学の授業を含め、あらゆる場面で、「自ら考え」たオリジナルの授業、行動をして、生徒にその姿勢が伝わるといいなぁを思いました。そのためには、これから私自身が頑張らなければならないと思いました。

B

私たちは日頃の教職に関する教科で、数学が教育指導要領の数学科目標をもとに数学の概念を学んでいる。数学という教科は他の教科とは違い、公理、定理、公式があり、それをもとにすべてが成り立っている。いわゆる数学の「決まりごと」である。本来ならばこの「決まりごと」を理解したうえで数学の教育は行われなければならない。しかし、小・中・高校で行われる数学教育のほとんどは「決まりごと」の説明をあやふやに誤魔化したまま、終わらせてしまうのである。これは数学科本来の目的である、数学の本当の面白さ、楽しさ、及び数学的思考方を達成していない。また、数学的思考方は多方面から物事を見る能力を身につけ、いくつかの可能性を同時に考える事ができる、などの考察能力の向上に繋がる。これは人格形成に大きな影響を与える。

しかし、私たちが義務教育でそのようなことはあまり習った記憶がない。そのため、今までの私たちが習ってきた教育が、いかに詰め込み主義の実のない教育であったかということが焦点になる。また、その詰め込み教育をいかに打破し、生徒に数学的概念の中に数学的楽しさ、面白さを見つけ、理解と共に学ばせるかを考えていくことを行っている。

しかし、今回の話では、「決まりごと」は二の次であった。実際の教育の場にいる教師と、教職科目の内容の違いに驚かされた。まず、渡辺先生は生徒に、「いかにして興味を持てもらうか？」を考えていらした。数学を学ばせ理解させるのではなく、数学に興味を持てもらうために試行錯誤されているようだった。生徒の立場に立った一生懸命な教育者という印象を受けた。

私たちが数学科指導法などで教えられてきたことは、どちらかというと「数学は面白く、楽しいものである。また、生活のいろいろな面で役に立つ。そんな数学を嫌いな生徒は考えられない。どうにかなくてはならない。」といったものである。この意見は教師として使命感を持っているよい意見と思われるが、私には数学が得意な人の一方的な意見に聞こえてしまう事がある。また、私が生徒だったら人柄や教え方によっては、偉そうに教師が語っている、印象の悪い先生と捉えてしまうかもしれない。

渡辺先生はそんな印象はまったく受けなかった、生徒と同じ立場で、同じ目線で数学を考える事で、生徒がつまづいている所を見つけ、解決方法を一生懸命探しているように見受けられた。教室でも、毎日生徒と会話をし、自分が分からない事を生徒に聞いているような雰囲気があった。渡辺先生から、講義では得られない実際の教育現場で必要なことを教えていただいた気がした。

「授業の内容」「授業の組み立て」を中心に話をしたつもりであったが、「授業への姿勢」「生徒とのコミュニケーション」などの方が印象に残ったようである。しかしこれを意識して教職課程の学習をすることも、意味があることにはなるであろう。

まとめ

大学における教職課程の授業のあり方に結びつく、いくつかの「課題」が明らかにされたと思う。次は、これらをもとにして、どんな内容の教職課程の授業を進めていくかを考えていきたいと思うが、これをより鋭く、深めていくために、「高い立場から見た『初等数学』：F・クライン」に述べられている教職課程、数学の授業に関する「いくつかの部分」を現代の数学教育に当てはめてみる。この本は約100年前に書かれているが、その内容は驚くほど「新鮮」であり、さらに「今の時代にもぴったし！」なことが多く含まれている。

2 クラインの指摘

(アンダーライン, は本稿の執筆者が記入.)

P. 9

... それは高等学校の教師になろうとする学生に、種々の要求に応ずる適切な訓練を課すことに関してである。

... 長いあいだ、大学で独占的に数学の研究が行われたが、しかもその研究では高等学校に何が必要とするかも考えなかったし、また高等学校の数学との結びつきをつくろうとしなかった。若い大学生は、高等学校でやったことを少しも思い出せないような問題に、はじめから直面させられる。したがって学生は高等学校でやったことは、たちまちのうちにすっかり忘れてしまう。

しかしその学生が大学を卒業して教職につけば、いきなり旧式の初等数学を学校臭いやり方で教えなければならなくなる。そうすると彼は自分の仕事と大学でやった数学とをほとんど結びつけることができないので、多くの場合は因襲的な教え方にとびついていき、かつて大学でやったことは多かれ少なかれ、彼の授業には何の影響も及ぼさない楽しい思い出にしかすぎなくなる。

... 私の仕事は、特殊講義では十分に説明できない個別的な分野の問題の、相互の関連およびとくにそれと高等学校の数学の問題との関連を示すことである。学問的研究の本来の目的であると思えるあの能力を、諸君がものにするたすけとして、役立つことを期待する。

その能力とは、諸君の前におかれた大きな知識の素材から、諸君の授業に対して生き生きとした刺激となるものを引き出すことのできる能力のことである。

「高校と大学との断絶」は現在にも当てはまる問題である。教職課程の授業の中でどんな力を獲得していけばよいか。ここで述べられていることは「教職課程の目標」そのものともいえる。

P. 28

... 数学の論理的処理と直観的処理との関係や純粋数学と応用数学との関係について、さらにいくつかの注意を与えよう。すでに強調した通り、学校では、算術にはじめから応用がつきもので生徒は法則を理解するだけではなく、法則を使って（必ずしも抽象的でない）何かをはじめているのである。数学の授業は常にそうあらねばならない！ もちろん論理的関連は、数学に特有の強固さと確実さを与える数学という有機体のしっかりとした骨組ともいえるべきものであるから、存在していなければならぬ、しかし数学の生命をなすものであり、数学のもっとも重要な刺激であり、あらゆる方面に発揮される数学の活動力は、まったく応用にもとづくものである。すなわち、純粋に論理的なものと、他のすべての領域の相互関係にもとづくものである。数学から応用を追い出すのは、生きた動物の本質を筋肉も神経も組織も本能も、さらには動物の生命そのものを考えないで、骨格だけの中に求めようとするものと同じである。

学問の研究においてはしばしば、純粋科学と応用科学の間に分業が行われるのであるが、健全な状態を保ちたいと思うなら、各専門分野間の連関を保つための十分の配慮が必要である。いずれにしても学校においては、そういう分業や個々の教師の進んだ専門化はあり得ないことは強調しておかねばならない。.....

... 学校教育の必要は教師のかなりの多面性と純粋数学と応用数学の領域に広く通ずることを要求している。そしてそのことは科学のますますの発展する分裂にたいする解毒剤を含んでいるのである。

... 純粋数学を教える能力と応用数学を教える能力とをあわせて身につけることが教師の資格となるよう... 勧告した。それに加えてさらに次の3つの課題が示されている。

1. 数学の構造についての科学的な概観。
2. 個々の問題を完全に数値的・グラフ的に処理できるような、ある程度の実力。
3. 自然認識と現代文明一般に対する数学的思考の意義についての正しい認識。

「何のために数学を学習するのか？」これに対し、それぞれの教材に応ずる的確な内容の答えを持ち合わせていることは重要である。「お金の計算に使う」「受験のため」...ではさびしい。教師が身につけておく必要がある課題をここでは述べている。特に「応用数学」と「数学の構造」の学習は「よい教材」を見つけていくことにも密接に結びついていくと思う。また、「数値的・グラフ的处理」は現代に置き換えれば「コンピュータを使用する力」ともいえよう。

P. 121

... 私の代数学の説明は1点に集中している。それはグラフによる、そして一般に幾何学的な直観的な方法を方程式の解法に応用することである。それによって多方面と関連する、包括的で豊かな話題がクローズ・アップされ、もっとも重要で、興味ある事からの幾つかを掴み出すことができる。

今はコンピュータを利用し、多くの関数のグラフを自由に表示することができる。「直感的」「視覚的」な方法の利用は小学校から大学まで、もっと多方面で重視してもよいのではないだろうか。

P. 211

... この断絶は長い間続いており、また学校教育における習慣の改革を妨げていた。すなわち学校では、与えられた定理が大学でどのように仕上げられるか、についてはほとんど注意を払わないし、そのため定義についても、今はそれで十分であろうが、先の研究に応じられないようなもので満足していることが多い。...

... 逆に大学では、高等学校で教えたものに密接に連絡することなど考慮せずに、大学独自の体系をつくりあげ、2, 3のものだけをまったく的はずれな「これは高等学校ですでにやったことだ」ということばですませている。

大学との関連が深いと思われる高等学校数学Bの「目標」に関する学習指導要領の記述によると、(平成元年)には

「数学」及び「数学」より進んだ内容として、ベクトル、複素数と複素数平面、確率分布又はコンピュータにおける算法について理解させ、基礎的な知識の習得と技能の習熟を図り、事象を数学的に考察し処理する能力を伸ばす。

となっていたのが、(平成11年)には

数列、ベクトル、統計又は数値計算について理解させ、基礎的な知識の習得と技術の習熟を図り、事象を数学的に考察し処理する能力を伸ばすとともに、それらを活用する態度を育てる。
--

となり、複素数と複素数平面は消えた。この箇所は教科書でいえば数十頁に当たるところで、当然それにみあった大学の対応が必要となる。このような状況が「断絶」に繋がらないような配慮が重要であろう。

P. 274

(三角関数)

... 学校ではこれをどの程度まで取り上げるべきか、教師は何を知るべきであり、生徒は何を知るべきであろうか。といういつもの問題を考えよう。

...その遅れは学校に関する限り、たいがいの分野で1世紀以上にもなっており、オイラーの時代以来のあらゆる発展を無視している。だから改革の仕事は、十分に広い分野にわたって残されている。しかもわれわれが改革の途上要求することは、科学の現状に較べるならば、まったくひどく控えめなものである。われわれの望むことはただ、オイラーの与えた解釈のうちのあれこれに従って、関数の一般概念が高等学校の教育全体にしみこんで、酵素のような働きを果たすようにしたい。という一事である。もちろんそれは、抽象的定義を用いて導入されるべきでなく、オイラーに数多く見られるような初等的実例を使って、それが生きて役立つような仕方で、生徒たちに伝えられるようにすべきである。数学の教師は、もちろんこの程度以上に、少なくとも複素関数論の基本的知識を持つことが望ましい。

これも前出の「数学の構造」についての科学的な概観を身につけること」と結びつくであろう。

P. 279

(微積分学)

... しかし他のあらゆる学問の場合とおなじく数学の研究者も、厳格な演えき的方法によって仕事を
するわけではない。むしろ反対であって、彼は本質的には空想を利用し発見の手段の助けをかりながら帰
納的に進めていく、実際、非常に重要な定理を発見したが、それを証明しなかった沢山の数学者の例を
あげることができる。それならこういう発見を、偉大な業績として認めるのを拒否すべきであろうか。
また哲学者の数学の定義に敬意を表して、発見は数学でないと主張し、証明にみがきをかけた後続者た
ちのみが、真の数学をやっているものだとして主張すべきであろうか。ともかくそういうことばの使い方は
どうでもいいとして、結局価値判断ということになると、定理をまず公表した人の帰納的な仕事は、そ
れを初めて証明した人の演えき的工作と、少なくとも同じくらい価値あるものだ、ということ是可以
する。というのは、どちらも同じように必要なことであり、発見はその後の結論の前提であるからである。

論理的段階をうるさくいわずに築き上げられていったこの帰納的過程が、まことに大きな役割を果た
したのは、実に微分積分学の発見と展開においてである。しかも有効な発見的手段は極めてしばしば感
覚的直観であった。

P. 292

... そして、難しすぎるのを理由に学校教育から微分積分学を除いているという不合理を、また大学の
はじめの1学期間にこの10ページばかりの紹介で、学生が微分積分学を理解すると期待している不
合理を、よく考えてほしい。

P. 316

... わたしの微分積分学に関する説明の結論として、とくに4つの点を強調しておきたい。

1. 図を用いて、抽象的考察を具体的に説明すること(フーリエ級数、テイラー級数の場合の近似曲線)
2. 差分法や補間法のような、近接分野との関係を強調し、さいごに哲学的研究との関係にいたること。
3. 歴史的生成過程を強調すること。
3. 通俗的な書物から幾つかの実例を示すことによって、これらの書物に影響をうけた大衆の見解が、
専門数学者の見解から、はずれていることをはっきり示すこと。

ここでも「感覚的直感」あるいは「図」を利用することが強調されている。一部の将来数学をめ
ざすものを除けば、微積分の有効性を式のみで納得するのはなかなか難しい。「疲れて挫折」とい
うことも十分予想される。コンピュータを大いに利用すべきであろう。

3 教職課程「解析」のめざすもの

以上から「...めざすもの」の概観を掴んだり、感じたりすることはできると思うが、箇条書きのよう
な形でまとめるのは適切でないように思う。

ここでは、1, 2で述べたことを土台にした、いくつかの「指導例」を示して「まとめ」とし、併せて
今後の研究、実践の足がかりにしていきたい。

「テイラー展開(三角関数)」の指導例

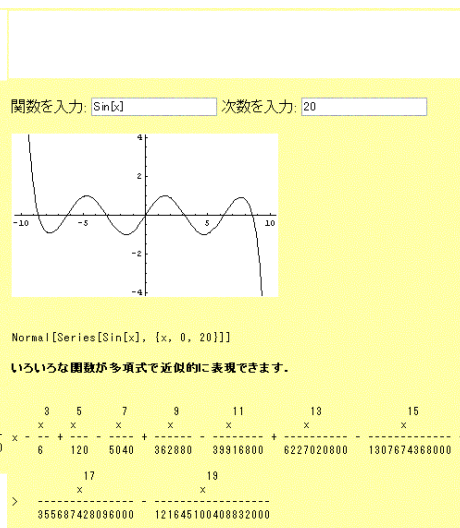
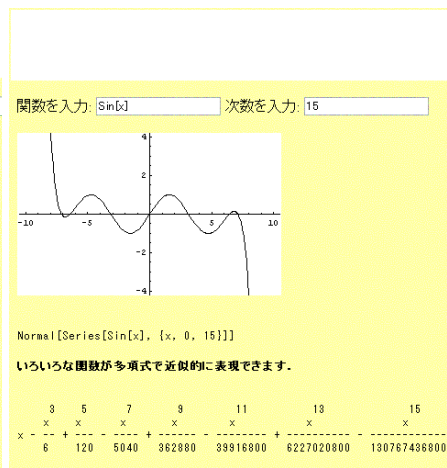
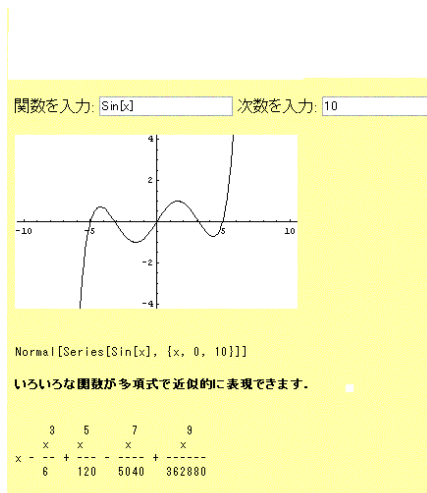
- ・何に使われているか(F)
- ・数学の構造についての概観(P. 28)
- ・コンピュータ利用し、最初に視覚にうったえる(P. 316)などを留意点とする。

(1) コンピュータを利用し、下図のような $y = \sin x$ をテイラー展開したグラフを表示する(*1)

n=10

n=15

n=20

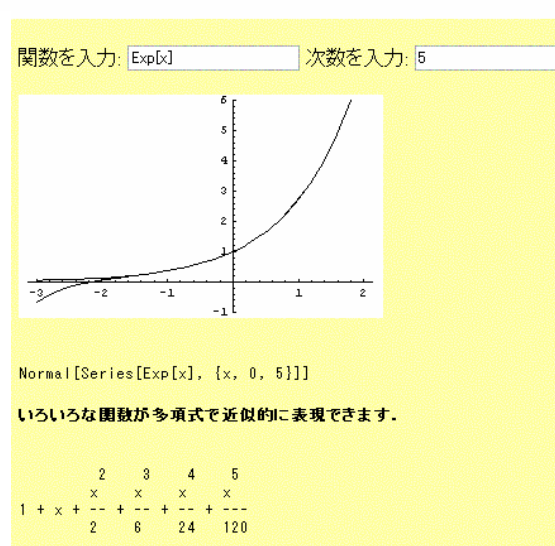
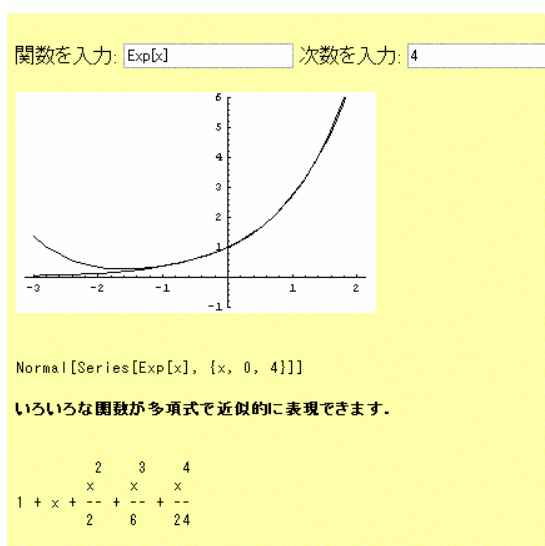
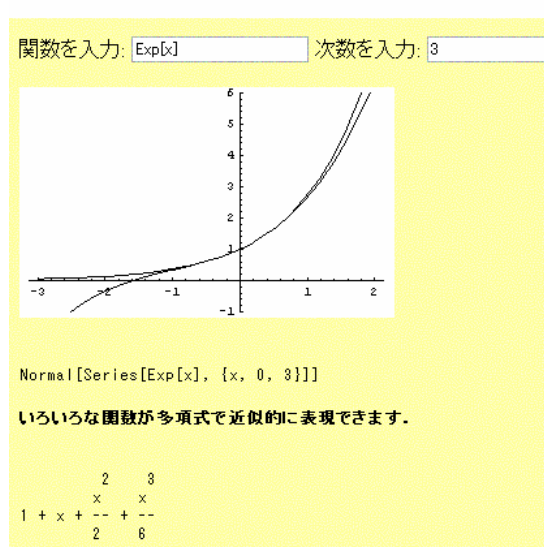
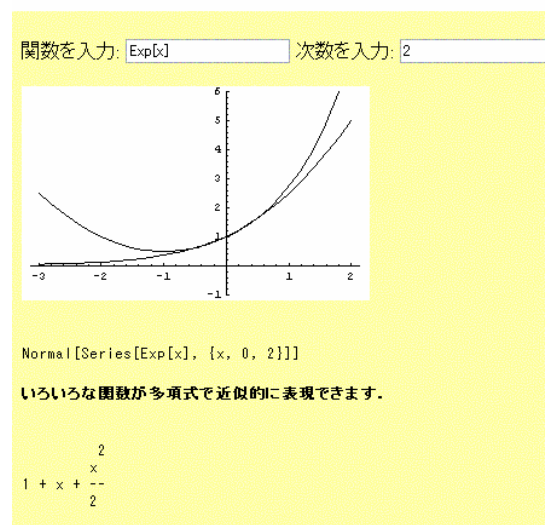


- (2) これにより n の値を増加させるに従って展開式のグラフが $\sin x$ のグラフに近似していくことが分かる．
- (3) また最初の数項を計算すれば近似値が求まることもわかり，その応用範囲に触れることができ，あわせてテイラー展開の必要性の一部の説明が可能になる．
- (4) 以上のようにして，その「概念」を感覚的に捉えた後，説明，問題練習などを行う．

* 1) このコンピュータを利用した図は webMathematica によるもので，ユーザは Web ブラウザのみで利用可能になる（近日公開予定：「Web教材の開発（武沢ほか）」早数教会誌 21-1 参照）

「テイラー展開（指数関数）」の指導例 （図のみ表示）

$y = e^x$ のグラフを展開式のグラフと同一画面に表示したので， n の値が大きくなっていくに従って 2 本のグラフが近づいていく状況が読みとれる．



おわりに

久しぶりの新宿で会った二人（佐藤・渡辺，大学の時の同級生）の話題は，「教育問題」に移っていた．今の日本の社会では「数学の学力低下」「理数離れ」「勉強嫌い」などいろいろな問題になり，対

策も考えられているようであるが、学校での授業を担当する教員が大学の教職課程で「どんな内容の授業を受けているか？」そこで、「教員としてのどんな力を獲得したか？」ということがあまり話題になっていない。小中高では授業研究などがあるが、大学での授業研究なんて聞いたことがない（実際には行われているのであろうが、表面にはあまり出てこない）。しかし教員にとって、教職課程で何を学んできたかは非常に重要なことのはずだ...当然「何を、どのように」教職課程で教えるかが問題になる...と話は発展していった。

そして「二人（異色の組み合わせ？）で、この問題に取り組んでみよう」ということになり、スタートしたのが今回の研究である。

始めたばかりなので、教職課程の授業内容についての検討が十分になされたとは言えないが、問題提起にはなっているのではないかと思う。今後、早数教をはじめいろいろな場で実践を通した研究に発展していくことを期待したい。