カリキュラム分科会資料　「カリキュラム作成の観点」　(2002.5.18)

渡辺暁生　akionabe@hh.iij4u.or.jp

学習指導要領（解説）には「どの時点で何を教えるか」「その教材は前にどのように取り上げられていたか」ということが中心に述べられていて，「その教材の内容がどのように発展していくか」「他の教材とどのように関わっているか」ということについては明確でない場合が多い．

例えば，角について「角の大きさを回転の大きさとしてとらえ，その単位と測定の意味について理解すること（小４）」とあるが，「一般角」「弧度法」との関連については全く触れていない．
しかし授業を進める上で「先の見通し」「多角的な見方」は，「その内容を正確に理解するため」さらに「学習の動機づけのため」にも重要な要素である．
当分科会として，このような意図に基づいたカリキュラムを作成し，より豊かな授業をめざしたい．
またこのカリキュラムは「各校にコンピュータが配置される」という現状に対応するものとして作成する必要がある．

最近の有名都立校の動きを見ると，このようなカリキュラムの方向とは離れ，「指導要領を（入試）テスト範囲」のように「限定的」にとらえ，「早く正確に難問（範囲内でムリに？作った）を解くことを目標とする授業に全力をあげる」のではないかという不安を感じる．
その一方，小中高を通し「理解しづらいことは教えないことが原則」という感じもする．
われわれが伝えてゆきたい文化「数学」はどこにゆくのだろうか？

観点Ａ　「小中高一貫（テーマ別）」

「小中高一貫教育」ということが言われている中で，単に能率的に現行指導要領の内容を教えるということではなく，その「一貫」を十分生かし，小中高１２年間における指導内容と流れを示すと同時に系統性を明確にし，つながり，数学的な発展を明らかにしたカリキュラムが必要である．

その「必要性」は例えば次に述べるような「角」というテーマについての教科書の系統性の欠如を見れば明らかである．

（小３）　「一つの点からでている２つの直線でできる形を角といいます」
「角の大きさは、辺の長さにかんけいなく、辺のひらきできまります」

（小４）　「糸を２つにおり、ピンでとめ一方を動かしていろいろな角をつくること」からスタートし
- 「１回転は４直角、半回転は２直角」から
- 「１直角＝９０°」として「１度」を角の大きさを表す単位として定義している

小３，小４でこのように学習してきた生徒にとって，角度は「開き具合」と結びつけてイメージするのが自然であろう．
しかし，その「開き具合」は１回転（３６０°）まででおさえられ，少なくとも教科書ではそれ以上の回転にはふれていない．
その一方で「５４０度ってどんな角か？」という内容を含む問題が小５に存在している．

このような，小学校における「角の量の指導の曖昧さ」は中学校でも解消しないままで，中学校２年の教科書には多角形の内角の和を求める公式　「ｎ角形の内角の和は　１８０°×(ｎ－２)」　を扱い，「角の大きさ」については「２つの半直線によって角ができる」とだけ書かれ、大きさについてはふれていない。

したがって多くの生徒はこのように「３６０度までの開き具合」だけを定着させて，高校に進学していく．
そして突然「小４」以来数年ぶりに数Ⅱで「回転の大きさ」（「……　このように、角を回転の大きさを考えると，負の角や３６０°より大きい角などが考えられる」）が現れ「一般角」が定義され，あっさりと「負の角」「３６０度より大きい角」の世界に入ってしまう．

「弧度法」も突然現れる．

「……　これまでは、角の大きさを表すのに、直角の９０分の１である１度を単位にする度数法を用いてきたが，ここでは新しい角の測り方について学ぼう………………　この角の測り方を１ラジアンまたは１弧度といい，１ラジアンを単位とする角の測り方を、弧度法という」

「角の大きさを表すのに，３０°，９０°などという度数法のほかに，数学では、円の弧の長さを利用する弧度法がよく用いられる．すなわち、半径ｒの円において、長さがｒの弧に対する中心角を１ラジアンとし、これを単位として角の大きさを測る方法である。……… また、角は一般角を考え、負の角や２πより大きい角もとり扱う」

観点Ｂ　「拡張」

拡張の種類として，

・公式的なもの

「ｎ角形の…」，「ｎ個の…」，…

・内容に関わるもの

「数の拡張」，「一般角」，「ｎ次元ベクトル」，「ｎ次関数」，…

・無限まで拡張したもの

「微積分」，「極限値」，…

などがあるが，「拡張」が「どのようなプロセスでなされ，どのように使われ，有効であるか」という観点から数学の発展の状況を考え，それを明確にしたカリキュラムにより，「拡張する」という数学から学ぶべき重要な方法についての理解を深めることが必要であろう．

観点Ｃ　「クロスオーバー」

［crossover ：立体交差路，ジャズにロック・ラテンなどが混じり合って生まれた新しい音楽］とあるが，ここでは中学における「図形と数量」，高校における「幾何と代数」のような異なった分野にまたがる教材を意識的・積極的に取り上げることを意味する．

　一般に，数学のカリキュラムは「縦のつながり」にウエイトがおかれがちだが，それに「横への飛び越し」を加えることは重要であり，「科学の研究における自由な発想」を育てる上で意味のあるものと考える．そしてこれは現代の数学を，全体的にとらえることにもつながり「線形代数」「代数幾何」への道筋を予感させるものともなろう．

「身近に方程式がある，今の高校生」からはじまり「身近に線形代数がある，未来の高校生」に進むことを期待したい．

そこで具体的な「飛び越しの内容・過程」が問題になるが，数学の発展の歴史，現在の数学の状況，また対象が小中高生であることから考えて，「直観がはたらく」グラフ・図形（幾何）が中心となることが予想される．

※　お願い

「A」はかなり研究したわけですが，「B，C」 はアイディアの段階です．例えば「C」に関連して，「幾何でも解けるし，代数でも解ける」といった問題を教えていただければ幸いです（A，Bも同じ）．

ありましたら，メール（akionabe@hh.iij4u.or.jp）をお願いします．

その他，ご意見をお待ちしております．

メール№１　Ｍ．Ｍさん（高校時代の友人・ＮＥＣ）　２００２．５．９

鋭い数々の指摘に敬服します。

小中高等の具体的なカリキュラムとなるとなかなか面倒のようですが

数学教育のあるべき姿をどう捉えるかという観点から意見を述べます。

純粋数学は別にして、工学、理学、あるいは経済学等も含め広い範囲で
ツールとして数学が使われていますが、こういう点が横への拡がりと考えれば
今の教育はばらばらだと思います。言語のつもりで採り上げるのも一法です。

　たとえば角度を採り上げると、概念としては回転から入るほうがとっつき
やすいのでは。とくに３６０度以内を最初に採り上げるからそこからの
拡張が厄介になる。むしろ回転を基本概念として入れば弧度法や円周率も
つながりやすいのでは。現象としての回転は無数に存在するでしょう。
その特徴から円運動や円周にすぐ入ることが出来、さらに円周率の定義も
理解しやすいのかも。３６０度以下の問題はむしろ回転の一部であり、
特殊問題でしょう。

　三角関数は早く教えたほうが身につきやすいですよ。実務ではこれが一番
使われると思います。次は虚数、あるいは複素平面の考え方など採り上げて
早くから教育してくれるとよいのだが。

　高校辺りだと受験ばかりでやりにくいのでしょうが、数学の概念、とくに
微積分についてはテクニックよりこの方が大事です。概念を叩き込むほうが
将来の拡張につながると思います。

R.メール№１
貴重なご意見ありがとう.
研究会で，さらに話し合わせてもらいます.

「言語のつもり…」なるほどな，と思いました.

よく質問にゆく小島さんという　理工の先生が,
こんなことを書いています.

「…私にとって，『まとまって話』はＡ４で１０ページくらいが普通で,
　Ｂ５の４ページは書きづらい.
　『読者と通じ合う　”共通の言語”があり，それで数学を語る』
　というわけにはいかない.　という状況がある.
　この『新しい言語』を読者に伝えるいう作業が重なるので
　よけいにすすみが遅くなる…」

メールを参考にして
注目点０１　「数学の言語的な側面」
　ここでいう「言語」とは，数学自体を更に広く深く，学習・理解するための「言語」であると同時に，社会一般で使われている「言語としての数学」を指す.

具体的には「一般的に使われる数学用語」「数学的思考方法」等を指すことになるであろう．
カリキュラム作成の進め方としては「その言葉が使われている場面（例えば「マトリックスシステム（経済用語）」）から出発し，数学的意味にさかのぼる」というような形が考えられる．
これは「数学は何の役に立つか？」という質問に対する一つの答にもつながる．
　また，数学自体でも『…”共通の言語”があり，それで数学を語る』という面を，もっとカリキュラム上で確立していくことが必要であろう．「概念を理解している（理論的，感覚的）」ことがこの場合は土台となる．